

ESTIMACION DE LA DISTRIBUCION DE VELOCIDADES USANDO TOMOGRAFIA DE TRANSMISION PARA V.S.P.

Luis. C. Ramírez Cruz
Garardo F. Ronquillo Jarillo
Instituto Mexicano del Petróleo
Subdirección de Tecnología de Exploración

RESUMEN

El concepto de Tomografía Sísmica, en los últimos años, se ha convertido en una herramienta importante para la exploración en general, y especialmente la prospección sísmológica. La esencia de la Tomografía Sísmica, es la reconstrucción de una imagen del subsuelo con información acerca de la estructura interna y parámetros físicos del medio.

En este trabajo se presentan los estudios desarrollados para tomografía de transmisión aplicado a un V.S.P. (Perfil Sísmico Vertical). Dos técnicas para la inversión de los tiempos de viaje fueron utilizados con datos sintéticos, tales como la inversión matricial y la reconstrucción algebraica. Se propone también introducir un filtrado dentro del proceso iterativo de reconstrucción algebraica, el cual estabiliza el proceso y mejora la imagen.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Consideremos el modelo del subsuelo como una serie de interfaces continuas bidimensionales, de material isotrópico y homogéneo. Cualquier rayo conectando 2 puntos dentro de una capa es una línea recta; si representamos las localizaciones de la fuente como (A₀, B₀, C₀) y receptores como (A_i, B_i, C_i) el tiempo de viaje "t" a lo largo del rayo es:

$$t = \sum_{i=1}^N \left[(A_i - A_{i-1})^2 + (B_i - B_{i-1})^2 + (C_i - C_{i-1})^2 \right]^{1/2} / V_i \quad (1)$$

donde n es el número de segmentos del rayo, V₁ y V_n representan las velocidades en la fuente y el receptor respectivamente y V_i son las velocidades constantes entre las interfaces (1-i). Considerando que la velocidad entre dos interfaces es constante, el principio de Fermat es equivalente a la Ley de Snell. Es decir, que los patrones de los rayos entre los pares fuente - receptor, son trazados resolviendo un sistema de ecuaciones no lineales. Este concepto fue utilizado en el programa que se desarrolló para modelar el problema directo.

MÉTODOS.

En este trabajo se efectuó la inversión de los tiempos de viaje utilizando dos métodos con la finalidad de observar las ventajas y perspectivas, en cuanto al problema que nos concierne (el V.S.P.).

INVERSION MATRICIAL.

La función matricial del tiempo de viaje (Ecuación 1) puede ser aproximada por la expansión de una serie de Taylor de primer orden la cual forma un conjunto de ecuaciones lineales para los datos observados (Wiggins et al, 1976; Jackson, 1979).

$$T_i = t_i(X^0) + \sum_{j=1}^m \frac{\partial t_i}{\partial X_j} \bigg|_{X=X^0} (X_j - X_j^0) \quad (2)$$

donde

T_i = tiempo de viaje observado

X_j⁰ = estimación inicial del jth parámetros del modelo

X_j = actualización del jth parámetros del modelo

t_i(X⁰) = tiempo de viaje calculado a partir del modelo inicial

Definimos:

$$\Delta X_j = X_j - X_j^0 \dots\dots\dots J = 1, m$$

$$\Delta t_i = T_i - t_i(X^0) \dots\dots\dots i = 1, n$$

$$\Delta_i = \partial t_i / \partial X \dots\dots\dots i = 1, n \quad j = 1, m$$

La ecuación 2 puede ser escrita en notación matricial

$$\Delta t = \Delta \Delta x \quad (3)$$

La solución de este sistema es

$$\Delta x = (A^T A + KJ)^{-1} A^T \Delta t \quad (4)$$

El problema es una aproximación lineal de un

problema no lineal, sin embargo si la NO linealidad es grande, entonces el método no converge en todo. Por esta razón en nuestra aproximación descomponemos la matriz A en sus valores singulares. (Golub y Reinsch, 1970), es decir:

$$A = U \Lambda V^T \quad (5)$$

sustituyendo (5) en (4) obtenemos la solución del sistema

$$\Delta x = V \left[\Lambda / \Lambda + KJ \right] U \Delta t \quad (6)$$

RECONSTRUCCION ALGEBRAICA

La construcción del tiempo de viaje total para cada rayo que cruza cada celda o pixel es representada por

$$[D] [S] = [T] \quad (7)$$

El método de reconstrucción algebraica opera sobre un rayo en un tiempo; para la primera interacción una lentitud inicial ($S=1/V$) es aplicada a cada una de las celdas o pixeles de la matriz, generalmente como una constante, y el cálculo del tiempo de viaje para un rayo es determinado por:

$$t = \sum_{i=1}^M S_i D_i \quad (8)$$

A menos que los valores de 'S' sean los correctos, $T_j \neq T_j$, consecuentemente un conjunto de valores de corrección C_i , tienen que ser determinados, tal que el error en el j th rayo sea minimizado, la siguiente expresión permite el cálculo de C_i

$$C_i = \frac{(T_j^1 - T_j^i) \sum D_i}{\sum (D_i)^2} \quad (9)$$

Estas correcciones son aplicadas usando los nuevos valores en la estimación del próximo rayo, hasta que todos los rayos han sido analizados para complementar la primera iteración. El proceso continua repitiendo los pasos anteriores hasta que se logra un cierto grado de convergencia. El algoritmo básico anterior tiende a estimar valores falsos en los pixeles en donde existe una pobre cobertura de rayos, enmascarando así la verdadera estructura que deber ser representada. La aplicación de un filtro de convolución, permite mayor estabilidad en la imagen y un mejoramiento de la misma, así pequeñas discrepancias locales son suavizadas, mientras que variaciones significativas son retenidas., El filtro se representa por:

$$P_k = \frac{W_1 P_{k,m} + W_2 (P_{k+1,m} + P_{k-1,m} + P_{k,m+1} + P_{k,m-1})}{W_1 + W_2} \quad (10)$$

Un segundo filtro fue aplicado para este proceso, el cual es similar al anterior pero con un radio de acción

mayor. La expresión es:

$$P_k = \frac{W_1 + P_{k1} + \sum_{l=2}^5 W_l t_l P_{kl} + \sum_{l=6}^9 W_l t_l P_{kl}}{W_1 + \sum_{l=2}^5 W_l t_l + \sum_{l=6}^9 W_l t_l} \quad (11)$$

Resultados: Ambos métodos fueron aplicados al mismo modelo sintético, el cual es representado en la fig.1; para este modelo se utilizaron 5 fuentes espaciadas a doscientos metros y diez receptores en el pozo con 100m de espaciamento. Con el método de inversión matricial (ver fig. 2) se estima una solución matematicamente buena, pero la imagen obtenida no tiene sentido geológico, esto se debe a que el problema es bajo determinado la solución no es única. Ahora bien la fig.3a representa la solución del método de reconstrucción algebraica, que define una imagen mas aproximada al modelo, no obstante existen zonas con discrepancias. La fig. 3b muestra la solución con el filtro dentro del proceso iterativo, el tomograma obtenido representa una aproximación muy buena del modelo sintético.

CONCLUSIONES

Ambos algoritmos tienen ventajas y desventajas en sí, mismos; inversión matricial es muy poderosa para estimar una solución, pero cuando se tienen pocos datos esta solución difiere del sentido geológico real. Reconstrucción algebraica es un algoritmo que se comporta muy estable en el caso de indeterminación, además la inclusión del filtro convolucional dentro del proceso iterativo da mayor rapidez a la convergencia y una gran mejoría en la imagen.

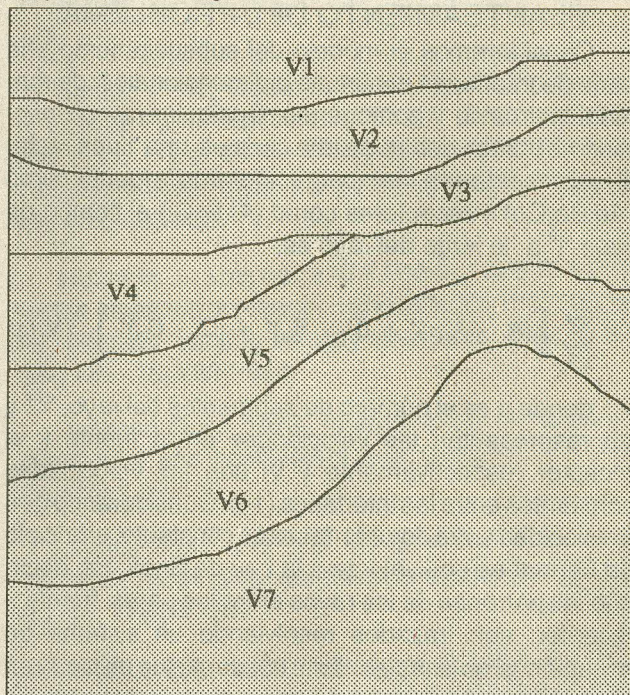
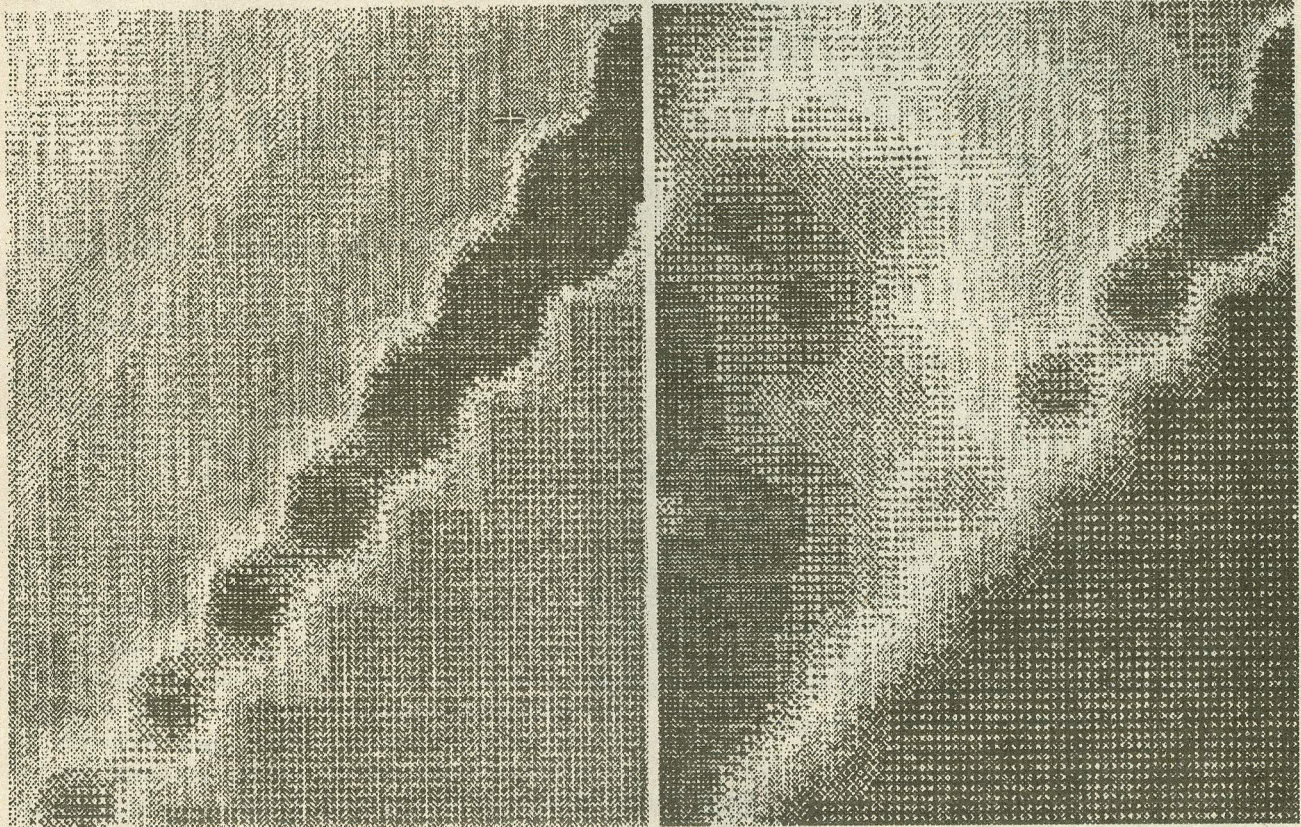


Figura 1.

TOMOGRAMAS PARA V.S.P. (Inversión Matricial)



Solución 1

Solución 14

Figura 2.

TOMOGRAMA PARA V.S.P.

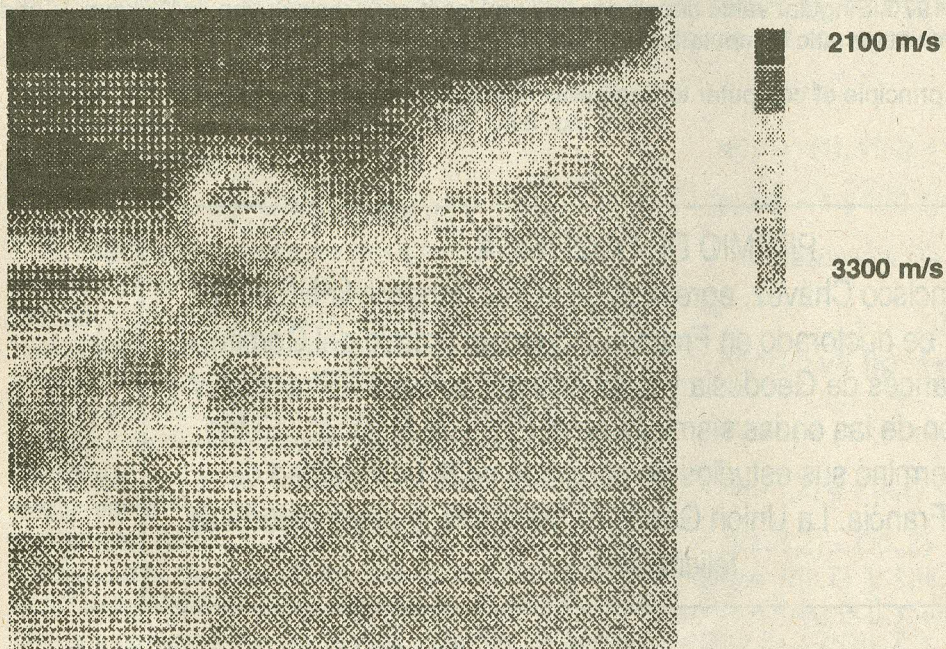


Figura 3a.

TOMOGRAMA (Filtro 1)

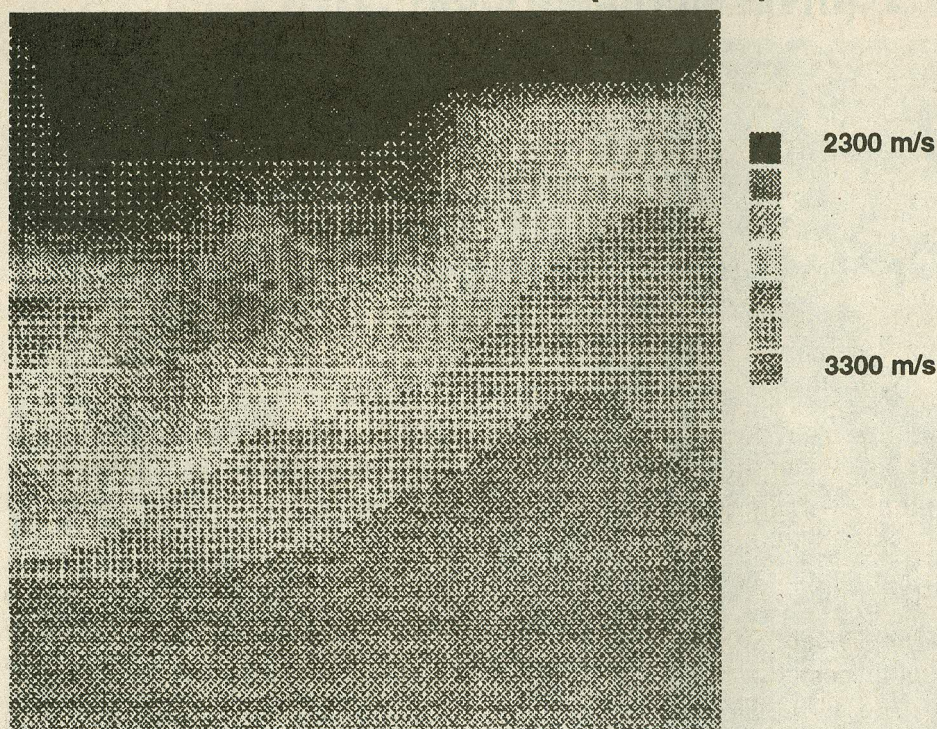


Figura 3b.

BIBLIOGRAFIA

Bois, P., La Porte M, Lavargne M, y Thomas G; 1972, Well-to-well seismic measurements: Geophysics, 37, 471-480.

Dnes K.A., y Lytle R.J., 1979, Computerized geophysical tomographic: Proc., Ins. Electr. and Electron. Eng., 67, 1065-1073.

Golub G.H., y Reinsch C., 1970, Singular value decomposition and least-squares solution, in Wilkson J., and Reinsch C., Eds., Handbook for automatic computation, II linear algebra; Springer Verlag.

Morgan C.L., 1983, Basic principle of computer tomography: University Park Press, 1-124

PREMIO DE GEOFISICA

El Ing. Francisco Chávez, egresado de la Fac. Ingeniería UNAM y estudiante de doctorado en Francia, obtuvo un premio del Comité Nacional Francés de Geodesia y Geofísica por su tesis "Difracción y amplificación de las ondas sísmicas en el Golfo de México". El Ing.

Chávez terminó sus estudios de posgrado en la universidad de Savoya, en Francia. La Unión Geofísica Mexicana le envía calurosas felicitaciones.