

USO DE LA TRANSFORMACION $P-\tau$ EN LA EXTRACCION DE CURVAS DE DISPERSION EN DATOS DE REFRACCION SISMICA SOMERA

Juan Martín Gómez-González

Carlos Calderón M y

Emilio A. Vera García

Centro de Investigación Sísmica, AC

Carretera al Ajusco 203

Col. Héroes de Padierna, México, DF. 14200

RESUMEN

En este trabajo se aplica el método conocido como $P-\tau$ (apilamiento de pendientes o "slant-stack") para obtener la curva de dispersión de registros de refracción sísmica. Este consiste en sumar todas las amplitudes contenidas a lo largo de varios rayos p y luego aplicar una transformada de Fourier en la dirección de τ para así obtener la frecuencia ω asociada con cada velocidad de fase. En el dominio de esta transformación, p es el parámetro de rayo (recíproco de la velocidad de fase) y ω representa frecuencia angular. El uso de las transformaciones lineales del dominio $X-T$ (distancia-tiempo de arribo) al dominio $p-\omega$ (parámetro de rayo-frecuencia) permite que cada modo de propagación de ondas superficiales se separe y su identificación sea factible. Se utiliza un modelo estratificado para ilustrar nuestros resultados con sismogramas sintéticos. La obtención de curvas de dispersión en el dominio $p-\omega$ tiene las ventajas de que no se requieren distancias muy pequeñas entre receptores y la longitud del tendido no necesita ser muy grande.

INTRODUCCION

Durante la exploración sísmica es común observar que en los registros de campo predominan ondas superficiales en el movimiento. Estas ondas son consideradas como ruido generado por la fuente y generalmente la información que este presenta es desechada. Sin embargo, este "ruido" contiene información de las propiedades del medio por el que se propagan las ondas, aunque para extraer esta información se requieren técnicas más complicadas de procesamiento e interpretación que las que generalmente se utilizan en estudios tradicionales (Gabriels et al., 1987).

Para realizar inversión sísmica mediante el uso de registros con presencia de ondas superficiales se requiere conocer la curva de dispersión. Esta relaciona la velocidad de propagación de un modo dado con la frecuencia, depende de la distribución vertical de

velocidades y se obtiene de la parte del registro que contiene ondas superficiales. En sismología, se han desarrollado diferentes técnicas para identificar la dispersión de ondas a partir de secciones sísmicas. Es común observar la curva en el dominio del parámetro de rayo y la frecuencia ($p-\omega$). El parámetro de rayo p corresponde al vector de lentitud y es, de hecho, recíproco de la velocidad de fase C . Con esta técnica se puede obtener la velocidad de propagación de ondas de corte en el subsuelo al extraer la curva de dispersión e invertir para conocer un modelo estratificado.

TRANSFORMACION $P-\tau$

Existen un gran número de aplicaciones en las cuales se usa la transformación $P-\tau$ para analizar datos sísmicos. La selección del método apropiado depende de la disposición del arreglo de geófonos. La transformación mapea datos sísmicos en el dominio $X-T$, en el que son recolectados los datos, al dominio $P-\tau$ para ser analizados e interpretados de manera más sencilla. El eje vertical τ se define como el tiempo de retraso o componente vertical del tiempo total de viaje y el eje horizontal p se define como parámetro de rayo y representa el inverso de la velocidad de fase o lentitud (Kappus et al., 1990). La ley de Snell sostiene que el factor de lentitud es constante a lo largo de la trayectoria del rayo, por lo que cada traza en el dominio $P-\tau$ representa una onda plana en el medio de propagación (Stoffa et al., 1981). En seguida, se hace una transformada de Fourier en la dirección de τ para representar los valores en frecuencia ω y obtener finalmente una esquematización $p-\omega$. Con esto se tiene la frecuencia asociada a cada velocidad de fase y la curva de dispersión puede observarse directamente en la gráfica de esta transformación.

Matemáticamente, la transformación $p-\tau$ es lineal e invertible entre los dominios $X-T$ y $p-\tau$. Este método surge de la interpretación geométrica de esta transformación como una reparametrización de los

arribos en términos de sus pendientes y tiempos de intercepción para analizar datos en función de velocidades aparentes. Inicialmente se realiza un apilamiento sobre los parámetros de rayo en las trayectorias lineales a través de los datos X-T. Después, se reduce el tiempo original de esta sección en función del rayo y de la distancia fuente-receptor (offset) asociados con el mismo; para este fin, el tiempo de intercepción se define como $\tau = T - px$, donde T es el tiempo de viaje desde la fuente hasta el receptor.

Chapman (1978) plantea la representación del campo de onda continuo observado mediante el uso de la transformada de Radón.

$$\Psi(p, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x, \tau + px) dx, \quad (1)$$

donde Φ es el campo observado.

Asimismo, la versión discreta de la expresión anterior se establece, según Stoffa et al. (1981), como

$$\Psi(p_i, \tau_j) = \sum_{k=1}^N \Psi(x_k, \tau_j + p_i x_k) \Delta x, \quad (2)$$

donde Ψ es la transformada de Radon, ψ es el campo de onda discreto en el dominio X-T, x_k representa la k-ésima traza de la sección, τ_j es el tiempo de intersección y p_i es el i-ésimo rayo de lentitud. El intervalo de muestreo espacial Δx es la distancia entre detectores. Para evitar el enmascaramiento espacial de la señal (aliasing) se requiere un intervalo de muestreo espacial $\Delta x \leq V/2f_{\text{máx}}$ en el que V es la menor velocidad de fase en los datos y $f_{\text{máx}}$ es la frecuencia máxima presente, por lo que el parámetro de rayo de Nyquist P_N es igual a $1/2\Delta x f_{\text{máx}}$. La selección adecuada del valor de muestreo de p es necesaria para evitar el enmascaramiento en la transformada inversa, con lo que se garantiza la correcta reconstrucción de la imagen original (Turner, 1990).

Con respecto a los parámetros de p, McMechan (correspondencia reciente) sugiere tomar como banda de muestreo para p el rango de pendientes de la energía coherente en los datos y el

incremento de p tomarlo de manera tal que el número de rayos sea al menos el mismo que el de las trazas en la sección X-T, asegurando así evitar enmascaramiento en el caso de regresar al dominio original.

ALGORITMO DE LA TRANSFORMADA DE RADON

En esta parte, planteemos un método para mapear una sección X-T directamente al dominio p- ω . Este algoritmo no apila sobre cada uno de los parámetros de rayo involucrados, con lo que se evita la necesidad de interpolar las trazas en el tiempo. Aplica un cambio de fase a los puntos que tiene la misma frecuencia en cada una de las trazas, obteniendo así una sección en p- ω . En ella, cada modo de propagación de ondas superficiales se separa de los otros, aún cuando su presencia no se detecte visualmente en los datos no transformados y sólo sea de interés el modo fundamental (McMechan y Yedlin, 1981).

Como una alternativa a la formulación que presentan Wade y Gardner (1988), establecemos una solución a la transformada de Radón mediante funciones de banda limitada, sin requerirse resolver un sistema de ecuaciones. Consideramos que es un método aproximado y robusto, así como aceptable para aplicaciones sísmicas (Haneveld y Herman, 1990). Aplicando transformada de Fourier a la ecuación (1) tenemos una expresión en el dominio de la frecuencia. Esta se define también como la Transformada Directa de Radón.

$$\Psi(p, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i2\pi f p x] \Phi(x, f) dx \quad (f \geq 0) \quad (3)$$

donde Φ es la transformada de Fourier de Φ . La ecuación anterior en forma discreta es la siguiente:

$$\Psi(k, j) = \sum_n \Phi(n, j) \exp[i2\pi f(j)p(k)x(n)] \Delta x, \quad (4)$$

$$\Psi(k, j) = 0, |f(j)p(k)| > (2\Delta x)^{-1}$$

donde $\Phi(n, j)$ es el valor en el dominio de la frecuencia del j-ésimo punto en la n-ésima traza, $f(j) = j\Delta f$, Δf es el inverso del tiempo de muestreo (X-T) en el cual Φ ha sido medido, $p(k) = p_{\text{min}} + k\Delta p$, p_{min} es el inicio

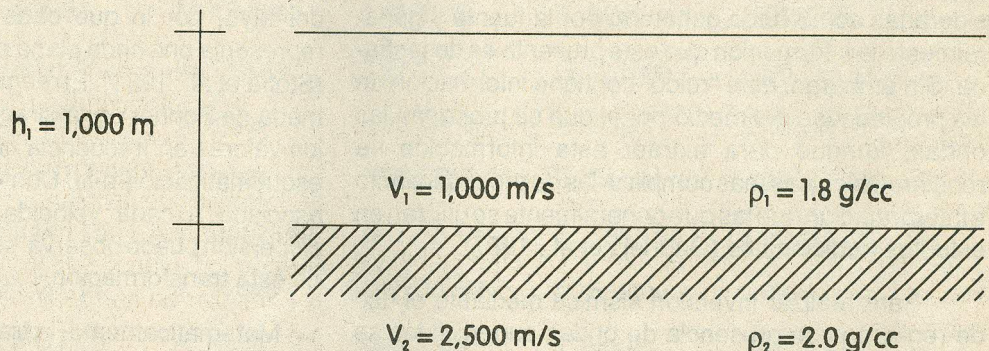


Figura 1. Modelo de dos capas ante incidencia de ondas de Love.

de la banda en donde se muestrea el parámetro de rayo p , Δp es el intervalo de muestreo para p , $x(k) = x_{\min} + k\Delta x$, $x_{\min}$ es la posición del primer detector y Δx es la distancia entre detectores.

APLICACIONES

Para probar el método descrito, usamos un modelo estratificado (Figura 1) a partir del cual se generaron sismogramas sintéticos (Calderón, 1990).

En la Figura 2a, se muestra una sección constituida por doce trazas con una distancia entre ellas de 1000 metros y un intervalo de muestreo de 0.1 segundos. En ésta, se presenta únicamente el campo de ondas superficiales obtenido a partir del modelo de la Figura 1. La Figura 2b, corresponde a la curva de dispersión del modo fundamental para el estrato del modelo anterior. En ella se observa la curva en función de la lentitud p y la frecuencia f . El inverso de la lentitud (1 s/km) mostrada para una frecuencia de 1 Hz es igual a la velocidad mínima de 1 Km/s del modelo. Sin embargo, la lentitud mínima (correspondiente a la velocidad máxima) no está claramente definida, esto se debe a muestreo espacial deficiente que genera un efecto de enmascaramiento que no permite definir una tendencia de la curva a un valor de p en las frecuencias más bajas.

La Figura 3a muestra una sección sísmica, para el mismo modelo de la Figura 1, constituida ahora por 64 trazas, un equiespaciamento entre estaciones de 0.1875 km y un intervalo de muestreo de 0.1. En la Figura 3b se obtiene la curva de dispersión del modo fundamental, a la que se le superpuso la curva teórica. Nótese como disminuye el enmascaramiento que aparece en el extremo inferior derecho de la Figura 2b. Esto ocurrió debido al incremento de detectores en la misma distancia de 12 km.

Ahora, utilizando las mismas propiedades del ejemplo anterior, pero incluyendo un campo de ondas unidimensional que representa los primeros arribos en la sección (Figura 4a), vemos que en la curva de dispersión de la figura 4b se hacen las mismas observaciones que para la curva de la Figura 2b. Esto

es con respecto a la definición de los valores de p . También se presenta el efecto de enmascaramiento originado por el muestreo espacial y el número de trazas deficiente, lo que genera una velocidad máxima infinita. Se nota además una serie de eventos que no estaban presentes en la curva del modelo superficial, provocados por los primeros arribos de ondas de cuerpo.

Trabajar en el dominio $p-\omega$ permite que cada modo de propagación de ondas superficiales sea separado de los otros, aún cuando su presencia no sea detectada a simple vista (McMechan y Yedlin, 1981). La teoría general supone que al trabajar en este dominio, conociendo p y un modelo de velocidad para una tierra estratificada, la familia asociada de rayos puede ser trazada con un valor particular de p (McMechan y Ottoloni, 1980). En el proceso de extracción de curvas de dispersión el análisis en el dominio $p-\omega$ presenta algunas ventajas sobre otros métodos, como lo es el de frecuencia-número de onda o $f-k$, en el que una de las principales restricciones es el gran número de detectores requeridos (Kelly, 1983; Gabriels et al., 1987).

DISCUSIONES

Los valores de las lentitudes máximas en las curvas presentan buena correlación con las velocidades mínimas conocidas a partir de datos sintéticos y observados. La falta de una definición clara del parámetro de rayo mínimo p aún no ha sido resuelto en forma satisfactoria. Por lo tanto, no es posible definir una velocidad máxima en forma inmediata con la aproximación deseada. En los ejemplos que presentamos, lo más notable son los eventos que se originan por la presencia de primeros arribos, aunque las curvas no presentan diferencias notables entre ellas. Esto confirma que es un método robusto. Por otra parte, el intervalo de muestreo de p fue elegido de manera que las curvas se definieran claramente. La elección correcta de este valor evita el enmascaramiento cuando se aplica la transformación inversa.

En general, las ventajas que presenta este método

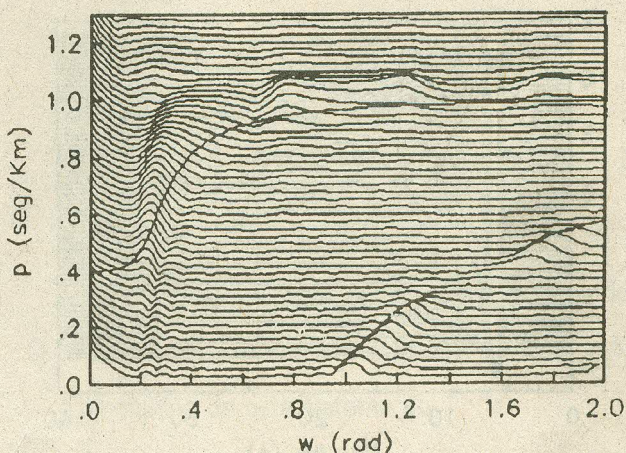
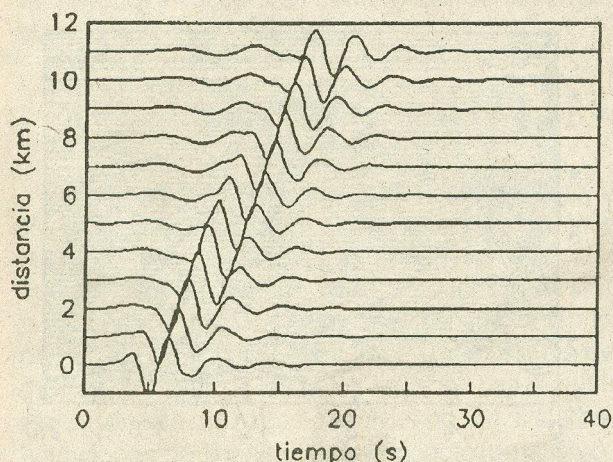


Figura 2. a) Sección sísmica de 12 trazas del campo de onda de la Figura 1. b) Representación de los datos en el dominio $p-w$ mediante 30 rayos. La curva continua es la teórica.

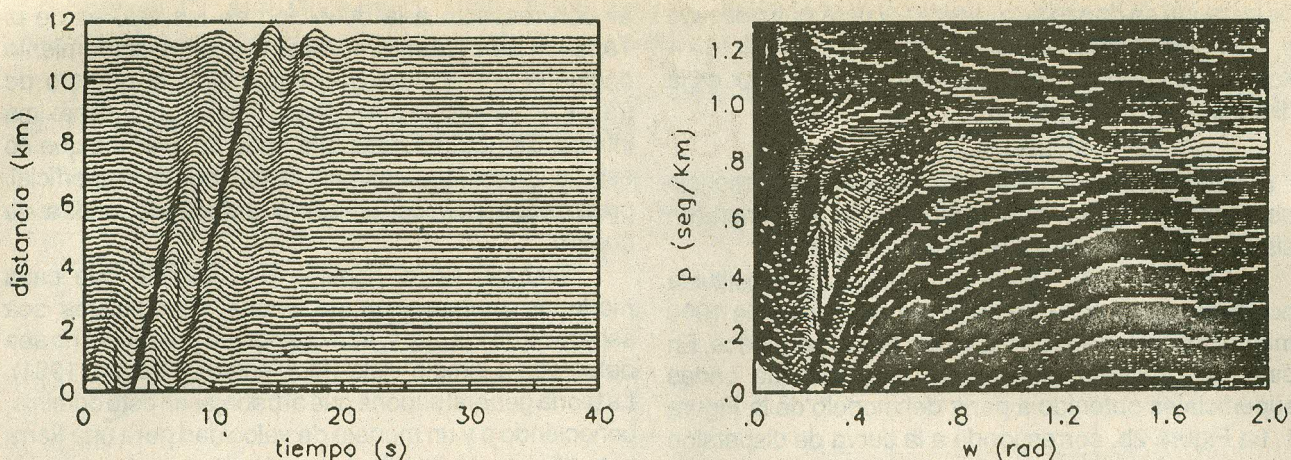


Figura 3. a) Sección sísmica de 64 trazas de los campos de onda superficial y unidimensional para el modelo de la Figura 1. b) Representación de los datos en el dominio p - ω mediante 130 rayos.

son: a) velocidad de cálculo, ya que el tiempo estimado es proporcional al utilizado por una transformada bidimensional de Fourier y b) no es necesaria la interpolación entre trazas (el apilado siempre se hace con el número de puntos dado por la cantidad de trazas y la pendiente se establece como un cambio de fase en la frecuencia donde se encuentra el punto).

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos la revisión crítica y sugerencias a este trabajo a Sergio Chávez Pérez.

REFERENCIAS

- Calderón, M.C. (1990). Modelado sísmico de depósitos estratificados con una técnica híbrida. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería, UNAM, México, D.F.
- Chapman, C.H. (1978). A new method for computing synthetic seismograms. *Geophys. J.R. astr.Soc.* 54, 481-518.
- Gabriels, P.R Snieder y G. Nolete (1987). In situ measurements of shear-wave velocity in sediment with higher-mode Raleigh waves. *Geophysical Prospecting* 35, 187-196.
- Haneveld, C.J., y G.C. Herman (1990). A fast algorithm for the computation of Radon Transforms. *Geophysical Prospecting* 38, 853-860.
- Kappus, M.E., A.J. Harding y J.A.Orcutt (1990). A comparison of tau-p transform methods. *Geophysics* 55, 1202-1215.
- Kelly, K.R. (1983). Numerical study of Love Wave Propagation. *Geophysicac* 48, 833-853.
- McMechan, G.A. y R. Ottolini (1980). Direct observation of a p - ω curve in a slant-stacked wave field.

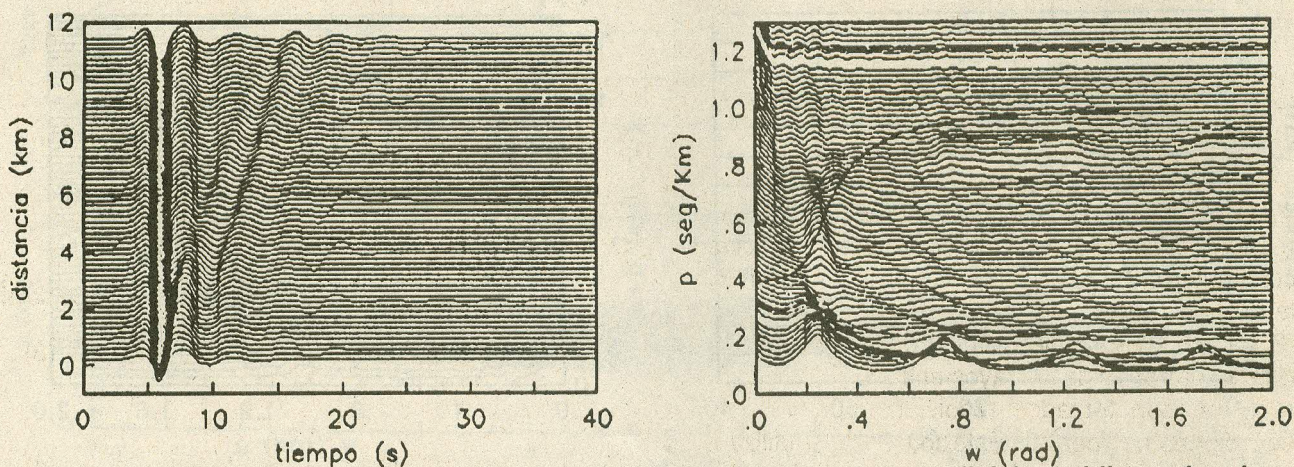


Figura 4. a) Sección sísmica de 62 trazas de los campos de onda superficial y unidimensional para el modelo de la Figura 1. b) Representación de los datos en el dominio p - w calculado con 130 rayos y representado con 75.