

PRINCIPIOS TEÓRICOS DEL FALLAMIENTO FRÁGIL POR CIZALLA

PARTE I: LA DEFORMACIÓN BIDIMENSIONAL

Ángel Francisco Nieto-Samaniego

Estación Regional del Centro, Instituto de Geología, UNAM, AP. 376, Guanajuato, Gto., 36000, México

E-mail:afns@servidor.unam.mx

INTRODUCCIÓN

La deformación frágil o quebradiza (brittle) se estudia en dos grandes ámbitos que son: (a) la deformación meso y macroscópica que ocurre en la corteza terrestre, para lo que se utiliza la teoría de Coulomb, o bien, otras teorías basadas en el deslizamiento friccional y (b) la deformación microscópica, para la que se utilizan modelos desarrollados a partir de la teoría de Griffith. En este trabajo se analizará exclusivamente el fracturamiento desde el punto de vista meso y macroscópico, asumiendo que la deformación sucede por deslizamiento friccional en un medio sujeto a compresión. Se presenta una breve revisión de los principios de las teorías de fallamiento más usadas en geología estructural, se analizan de manera comparativa los enfoques dinámico y cinemático de la deformación frágil y se discuten las perspectivas de algunas investigaciones realizadas actualmente por el autor. El objetivo principal de este trabajo es presentar de una manera sucinta los esquemas teóricos más utilizados en geología estructural y motivar a estudiantes y científicos jóvenes al desarrollo de esta área del conocimiento. La segunda parte de este trabajo se refiere a la deformación tridimensional y aparecerá en un número posterior de esta revista.

LA DEFORMACIÓN BIDIMENSIONAL

Es conveniente para nuestro análisis considerar algunas definiciones y convenciones. En este análisis consideraremos solamente *cuerpos rígidos* y toda la deformación se liberará por *cizalla simple* a lo largo de planos de deslizamiento (fallas). Cuando nos referimos a *un plano de deslizamiento* o *un sistema de cizalla*, suponemos que puede tratarse de un número ilimitado de planos paralelos con vectores de deslizamiento iguales. Por *deformación*, nos referimos a la *distorsión* y la *rotación* que sufre el cuerpo considerado y supondremos que no ocurrió *traslación*. Cuando hablamos de *distorsión* consideramos que no hubo rotaciones del cuerpo o del sistema de referencia, por lo que a este tipo de deformación también la denominaremos *deformación irrotacional*. Definimos como *deformación bidimensional* o *deformación plana* a aquella en la que una de las direcciones principales tiene deformación nula y como *deformación tridimensional* a aquella en la cual las elongaciones en las tres direcciones principales son distintas que 1, incluyendo aquellas con elongación homogénea en un plano principal.

Un tratamiento extenso de los términos anteriores se encuentra en Means (1976).

TEORÍA DE COULOMB

La teoría de Coulomb es la herramienta más utilizada en el análisis del fallamiento megascópico por cizalla. Esta teoría describe el estado de esfuerzos necesario para producir la ruptura de un cuerpo y la ecuación que la define es:

$$|\tau| = C + \mu \sigma_n, \quad (1)$$

donde τ y σ_n , representan, respectivamente, a los esfuerzos de cizalla y normal que actúan sobre el plano potencial de fractura, C es la cohesión y μ el coeficiente de fricción interna del material.

Considerando un plano preexistente, la ecuación de Coulomb es

$$|\tau| = C' + \mu' \sigma_n, \quad (2)$$

donde C' y μ' representan la cohesión y el coeficiente de fricción sobre el plano preexistente. Lo que predicen estas ecuaciones es que un cuerpo se romperá frágilmente, o iniciará el deslizamiento sobre un plano, cuando el vector de cizalla sobre el plano considerado alcance una magnitud crítica, la cual está determinada por: (1) el coeficiente de fricción interna del material, o en su caso, el coeficiente de fricción del plano preexistente; estos coeficientes son un parámetro del material y son independientes de la orientación del plano de fractura o de deslizamiento, así como de la orientación del vector de deslizamiento; (2) la cohesión, definida como la resistencia a la ruptura o al deslizamiento en ausencia de esfuerzo normal también es un parámetro del material y es independiente de la orientación del plano de fractura o del plano preexistente así como de la orientación del vector de deslizamiento; (3) la orientación del plano de fractura o de deslizamiento con respecto al sistema de esfuerzos (tensor de esfuerzos σ_{ij}), ya que es esta orientación la que determina la magnitud de los esfuerzos de cizalla y normal que actúan sobre el plano considerado. Las magnitudes de los esfuerzos de cizalla y normal son definidos por:

$$|\sigma_n| = \sigma_{ij} N_i N_j, \quad (3)$$

$$|\tau| = \sigma_{ij} N_j S_i, \quad (4)$$

donde N_i es un vector unitario normal al plano y S_i es un vector unitario paralelo al esfuerzo de cizalla y ubicado sobre el plano que se está considerando (Figura 1).

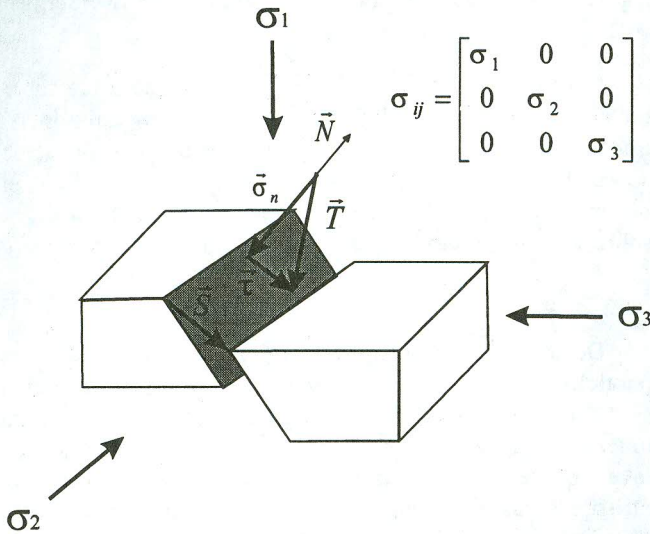


Figura 1. Se muestran las relaciones geométricas de un tensor de esfuerzos y un plano. El tensor de esfuerzos (σ_{ij}) está representado por los esfuerzos principales (σ_i) y el plano por un vector unitario perpendicular a él (N). La solución del tensor de esfuerzos sobre el plano es un vector de esfuerzo (T), el cual puede descomponerse en los vectores de cizalla (τ) y normal (σ_n). Obsérvese que de las relaciones geométricas mostradas se obtiene la relación $T^2 = \tau^2 + \sigma_n^2$. La dirección de deslizamiento está representada por el vector unitario S .

Es evidente que este tipo de análisis es una aproximación dinámica del fallamiento, ya que considera que hay un sistema de esfuerzos que produce la deformación; en otras palabras, las condiciones de frontera son definidas como un campo de esfuerzos. También es importante hacer notar que, en el caso de la ruptura, se considera un medio continuo y un campo de esfuerzos homogéneo, y en el caso del deslizamiento sobre un plano preexistente, se considera a éste de dimensiones ilimitadas y aislado.

Una característica fundamental de la teoría de Coulomb es que predice que la deformación será plana, es decir bidimensional, con elongación en las direcciones principales X_1 y X_3 . Supone también que el esfuerzo principal intermedio no interviene y que se formarán dos planos de fallamiento que contienen a σ_2 . Lo anterior surge de suponer que la ruptura se dará sobre los planos que contengan el esfuerzo de cizalla mayor y puede ser demostrado de la manera siguiente:

Las ecuaciones (3) y (4) en función de los esfuerzos principales (σ_i =esfuerzo principal en la dirección X_i) son

$$\sigma_n = \sigma_1 N_1^2 + \sigma_2 N_2^2 + \sigma_3 N_3^2, \quad (5a)$$

$$\tau = \sigma_1 N_1 S_1 + \sigma_2 N_2 S_2 + \sigma_3 N_3 S_3, \quad (5b)$$

y sabemos del cálculo tensorial, que la solución de un tensor de segundo orden sobre un plano cualquiera es un vector aplicado sobre dicho plano (T_i), por lo tanto, en el caso que nos ocupa

$$T_i = \sigma_{ij} N_j. \quad (6)$$

Introduciendo la relación $T^2 = \tau^2 + \sigma_n^2$ (véase Figura 1) y la ecuación (5a) en la ecuación (6), y usando esfuerzos principales (considérese que $\sigma_{ij}=0$ para todo $i \neq j$) obtenemos

$$\tau^2 = (\sigma_1 N_1)^2 + (\sigma_2 N_2)^2 + (\sigma_3 N_3)^2 - (\sigma_1 N_1^2 + \sigma_2 N_2^2 + \sigma_3 N_3^2)^2, \quad (7)$$

de donde se pueden obtener las orientaciones de los planos en los cuales la cizalla es máxima, aplicando a la ecuación (7) la condición

$$\frac{\partial \tau}{\partial N_1} = \frac{\partial \tau}{\partial N_2} = 0, \quad (8)$$

cuyas soluciones son:

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2), \text{ para } N_1 = N_2 = \frac{1}{(2)^{1/2}}, N_3 = 0, \quad (9a)$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3), \text{ para } N_1 = N_3 = \frac{1}{(2)^{1/2}}, N_2 = 0, \quad (9b)$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3), \text{ para } N_2 = N_3 = \frac{1}{(2)^{1/2}}, N_1 = 0. \quad (9c)$$

Como definimos que $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, es evidente que la cizalla toma su valor máximo en (9b), entonces

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3). \quad (10)$$

Nótese que esta condición se da para dos planos orientados paralelos a σ_2 y que forman ángulos de 45° con σ_1 . Obsérvese también que al usar las orientaciones donde la cizalla es máxima en las ecuaciones (5) y (9), la componente principal σ_2 queda excluida de la solución tensorial sobre el plano de falla predicho por la teoría de Coulomb (ecuaciones 5), y por lo tanto, no tendrá efecto alguno en este criterio de fallamiento.

Por otra parte, se ha demostrado experimentalmente que el coeficiente de fricción interna influye en la orientación relativa entre los esfuerzos principales y el plano de ruptura cuando se considera un esquema de fallamiento bidimensional, donde el plano de ruptura contiene al esfuerzo principal intermedio. Esta relación se deduce fácilmente a partir del círculo de Mohr bidimensional para esfuerzos (Figura 2), donde la circunferencia representa las orientaciones de los planos paralelos a σ_2 . El coeficiente de fricción es la

pendiente de la recta envolvente de los círculos críticos del material, de allí que

$$\mu = \frac{\tau_c}{\sigma_{nc}} \quad (11)$$

El punto en que la recta envolvente es tangente a un círculo crítico corresponde al plano de ruptura; nótese que para ese plano μ es máxima. La recta que une este punto y el centro del círculo en el diagrama de Mohr formará un ángulo de valor 2θ , siendo θ el ángulo formado entre σ_1 y el plano. De las relaciones geométricas del círculo de Mohr se observa que

$$180^\circ - 2\theta = 90^\circ - \tan^{-1}\mu, \quad (12)$$

de esta expresión se obtiene directamente la ecuación

$$\theta = 45^\circ - \frac{\tan^{-1}\mu}{2}, \quad (13)$$

que se ajusta razonablemente a las observaciones experimentales.

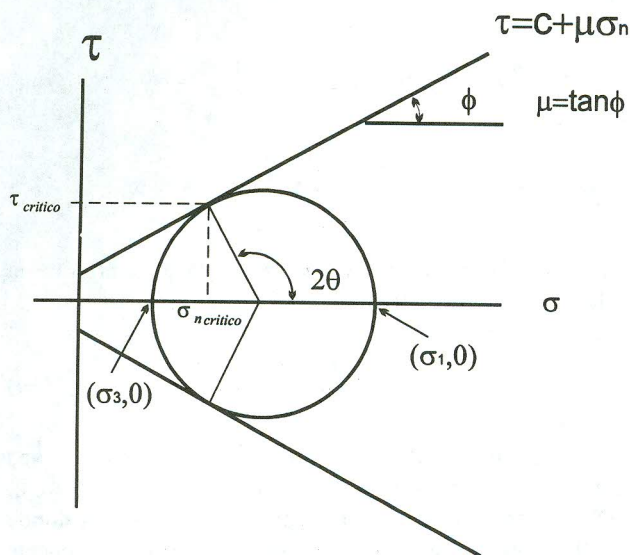


Figura 2. Círculo de Mohr para esfuerzos bidimensional. $\tau_{critico}$ y $\sigma_{ncritico}$ son los esfuerzos de cizalla y normal críticos para que se produzca la ruptura.

CÁLCULO DE TENSORES DE ESFUERZO

El esquema teórico expuesto en el apartado anterior ha sido utilizado para resolver el problema inverso de obtener el tensor de esfuerzos a partir de la orientación de planos y estrías de falla. Las suposiciones básicas de ese tipo de análisis son: (1) que el vector de deslizamiento (estría) es paralelo al vector de cizalla máxima sobre el plano de falla, el cual es producido por un tensor regional de esfuerzos, (2)

que el campo de esfuerzos es homogéneo, (3) que cada falla actúa aisladamente y (4) que no hay rotación de bloques. Hay numerosos métodos en la literatura que utilizan distintos algoritmos de solución, por ello, a continuación se describen solamente los fundamentos generales.

Considérese un tensor de esfuerzos σ_{ij} que actúa sobre un plano preexistente definido por un vector unitario N . Podemos entonces obtener el vector de esfuerzo T que actúa sobre el plano utilizando la ecuación (6). Conociendo T , el vector de cizalla (τ) que genera el tensor general de esfuerzos sobre el plano preexistente se obtiene de

$$\tau = (T \times N) \times N. \quad (13)$$

De acuerdo con la suposición (1) se considera que τ es paralelo a la estría de la falla y por lo tanto, su orientación será un dato obtenido en el campo al igual que N . Para obtener el tensor general de esfuerzos (σ_{ij}) los métodos de inversión de estrías realizan el cálculo inverso al mostrado, utilizando las ecuaciones (13) y (6), o sus equivalentes. Comúnmente se obtiene el tensor reducido, es decir, se determinan las orientaciones de los esfuerzos principales y valores relativos de sus magnitudes.

UNA APROXIMACIÓN CINEMÁTICA.

A diferencia del análisis anterior, podemos considerar las condiciones de frontera como un campo de deformación, y de esta manera no describimos el sistema de esfuerzos asociado a la deformación, sino exclusivamente los estados deformado y no deformado de un cuerpo. En el caso de la deformación frágil podemos considerar como unidades fundamentales a los sistemas de deslizamiento los cuales están formados por un plano de falla y por un vector de deslizamiento. Eligiendo como sistema de referencia local un sistema cartesiano x_i , con x_1 perpendicular al plano de falla y sus otros dos ejes ubicados sobre este plano (Figura 3), cada falla consiste entonces de dos sistemas de deslizamiento; uno formado por el plano de la falla y un vector de deslizamiento paralelo a x_2 , y el otro por el mismo plano y un vector de deslizamiento paralelo a x_3 .

La deformación frágil puede entonces ser expresada matemáticamente como una suma de tensores (Kostrov 1974, Reches 1978), donde el tensor general es la suma de los tensores locales de deformación producidos por cada uno de los sistemas de deslizamiento, transformados al sistema general de referencia:

$$D_{ij} = \sum_n a_{ik} a_{jl} d_{kl}^n, \quad (14)$$

donde n representa el sistema de cizalla considerado, a_{ik} y a_{jl} son los cosenos directores entre los sistemas de referencia local y general y d_{kl} el tensor local de deformación producido por un sistema de deslizamiento.

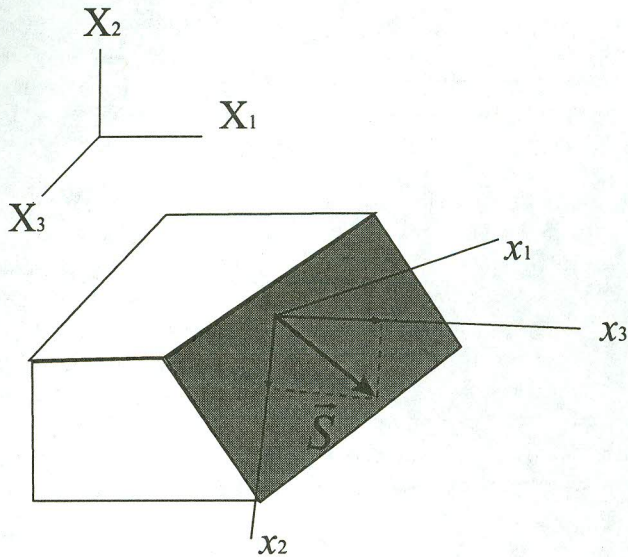


Figura 3. Esquema que muestra como un vector de deslizamiento (S) sobre un plano de falla, constituye dos sistemas de cizalla. X_i es el sistema general de referencia y x_i el sistema local de referencia. x_3 es perpendicular al plano de falla. Cualquier vector de deslizamiento sobre el plano de falla está formado por dos vectores paralelos a los ejes x_1 y x_2 del sistema local de referencia. Cada uno de estos vectores junto con el plano de falla constituye un sistema de cizalla.

Considerando que la dirección x_3 es paralela al vector de deslizamiento (la estría de la falla), cada tensor local de deformación está definido por

$$d_{ij} = \gamma \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

donde γ representa la cizalla simple a lo largo de la falla o grupo de fallas paralelas que se está considerando. Entonces, la ecuación (14) puede ser escrita como

$$D_{ij} = \sum_n \gamma^n \begin{bmatrix} N_1 S_1 & N_1 S_2 & N_1 S_3 \\ N_2 S_1 & N_2 S_2 & N_2 S_3 \\ N_3 S_1 & N_3 S_2 & N_3 S_3 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

donde N_i y S_i son los cosenos directores del vector unitario normal al plano y de deslizamiento. Haciendo explícitas las componentes del tensor de deformación la ecuación (16) queda expresada como

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} = \sum_n \gamma^n \begin{bmatrix} N_1 S_1 & N_1 S_2 & N_1 S_3 \\ N_2 S_1 & N_2 S_2 & N_2 S_3 \\ N_3 S_1 & N_3 S_2 & N_3 S_3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

De la ecuación (17) podemos deducir que, para producir una deformación bidimensional donde se define una sola

componente del tensor D_{ij} , requeriremos solamente un sistema de cizalla en una dirección arbitraria. Esto producirá cizalla simple en el cuerpo deformado y sabemos que este tipo de deformación implica distorsión y rotación. Para aclarar esto, obsérvese la Figura 4, donde se esquematiza el caso general de una falla orientada al azar que contiene un vector de deslizamiento. Dado que se trata de una deformación plana, el vector de deslizamiento estará ubicado sobre el plano perpendicular a la dirección principal de distorsión nula y a lo largo de una dirección principal (nótese que habrá una distorsión de igual magnitud y signo contrario en la restante dirección principal dada la condición de volumen constante). El deslizamiento producirá una rotación de las líneas originalmente horizontales sobre el plano de distorsión (Figura 4b). De esta manera vemos que una sola falla produce deformación plana rotacional.

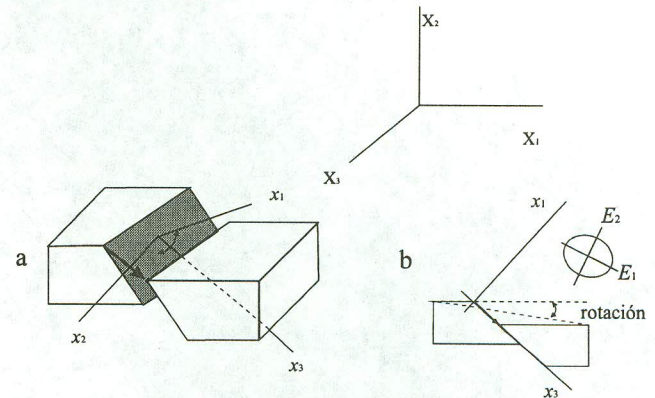


Figura 4. Deformación bidimensional rotacional. (a) Una falla produce deformación bidimensional, ya que en la dirección perpendicular al vector de deslizamiento no hay distorsión; obsérvese que toda la deformación ocurre en el plano $x_1 - x_3$. (b) El deslizamiento hace que una línea material sufra rotación al pasar al estado deformado. La elipse de deformación indica las direcciones principales.

Si consideramos una deformación plana no rotacional es necesario usar tres componentes del tensor de deformación en la ecuación (17), es decir, una distorsión en una de las direcciones principales donde sus dos componentes rotacionales son igual a cero; por ejemplo $D_{11} = E$, $D_{12} = 0$, y $D_{21} = 0$, siendo E un valor cualquiera de elongación. Nuevamente, de la ecuación (17) se deduce que requerimos tres sistemas de cizalla (γ^n) y, dado que cada falla contiene dos sistemas, entonces se requieren dos fallas (Figura 5). Es importante hacer notar que las fallas que liberan las deformaciones descritas pueden tener una orientación cualquiera y que el número de sistemas de cizalla que se dedujo como necesario es el número mínimo requerido para liberar la deformación. Esto quiere decir, por ejemplo, que la deformación bidimensional rotacional puede ser desarrollada por más de una falla.

Generalizando, podemos decir que la deformación bidimensional rotacional corresponde al caso de un plano de

orientación arbitraria que sufre reactivación y el caso de la deformación bidimensional irrotacional corresponde a cualquier sistema de fallas conjugadas. Debe notarse que un sistema tipo Coulomb, consistente de dos planos de falla que contienen la dirección principal con elongación nula, que corresponde a un caso especial de la deformación plana no rotacional.

No obstante que la deformación puede ser liberada por planos con distintas orientaciones, algunos sistemas de cizalla, es decir, algunas orientaciones de los planos de falla, liberarán de manera más eficiente la deformación. Un buen ejemplo de estos planos de mayor eficiencia son los sistemas de falla tipo Coulomb para el caso de fallas de neoformación.

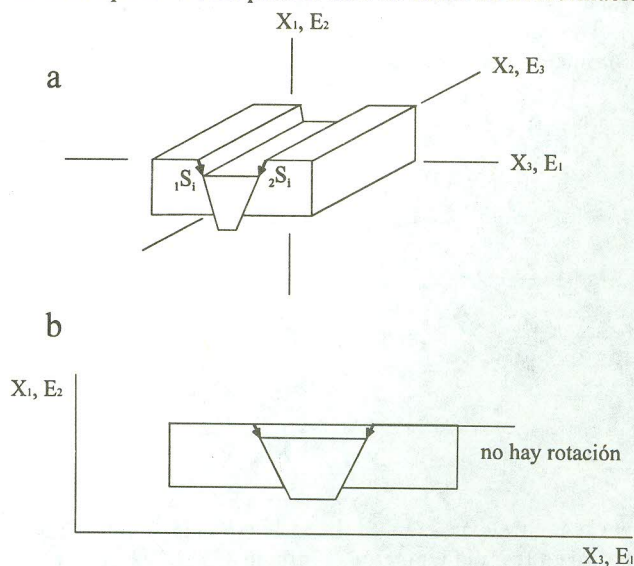


Figura 5. Deformación bidimensional irrotacional. (a) Un sistema conjugado de fallas produce deformación bidimensional irrotacional; obsérvese que las direcciones principales de deformación coinciden con el sistema general de referencia. No hay distorsión en la dirección X_2 ; toda la deformación ocurre en el plano $X_1 - X_3$. (b) El deslizamiento no produce rotación en una línea material al pasar al estado deformado.

PARTICIÓN DE LA DEFORMACIÓN

Consideraremos el caso general de deformación plana rotacional en un sistema de cizalla que libere más eficientemente dicha deformación por medio de una falla con vector de deslizamiento oblicuo. Supóngase ahora que el plano de falla a lo largo del cual se liberará la deformación ya existe, esto quiere decir que las orientaciones de los vectores de deslizamiento están sujetas a las permitidas por la superficie del plano de falla. Para liberar la deformación con un solo sistema de cizalla, el vector de deslizamiento deberá ser perpendicular a la dirección principal de elongación nula, según se muestra en la Figura 4. Sin embargo, dado que la orientación del plano ya está determinada, es posible que haya otros *sistemas de deslizamiento* (i. e. grupos de sistemas de cizalla) que liberen la deformación de manera

más eficiente. Si este es el caso, se producirán nuevos sistemas de cizalla sobre otra falla, que puede o no ser de neoformación y todos los sistemas actuarán simultáneamente. Cuando esto ocurre se dice que la deformación ha sido particionada.

Se han propuesto varias maneras de medir la eficiencia relativa de los sistemas de cizalla. En general se supone que se activarán aquellos sistemas de cizalla cuya suma minimice la energía disipada (o la cantidad de cizalla). Considérese, por ejemplo, los casos de un plano inclinado y otro vertical, que en un esquema de tectónica de placas, ocurre comúnmente en zonas de convergencia oblicua. Comúnmente se supone en la literatura que la falla vertical tendrá un desplazamiento de tipo lateral, y la falla inclinada un desplazamiento de tipo inverso u oblicuo (Figura 6). Lo anterior se basa en observaciones realizadas en numerosas zonas de convergencia oblicua (Jones y Wesnousky 1992), por lo que se hace necesario definir una variable geométrica que minimice la energía disipada. Por ejemplo, se puede elegir el ángulo formado entre el vector de deslizamiento y la horizontal, medido sobre el plano de la falla inclinada. Entonces se busca una ecuación de la forma

$$\frac{\partial W}{\partial \alpha} = 0, \quad (18)$$

siendo

$$\alpha = f(v, \theta, \phi), \quad (19)$$

donde v es el vector de convergencia, θ el ángulo entre el vector de convergencia y el rumbo de las fallas, y ϕ el echado de la falla inclinada. Pueden utilizarse otras variables que se consideren adecuadas al modelo cinemático que se esté analizando.

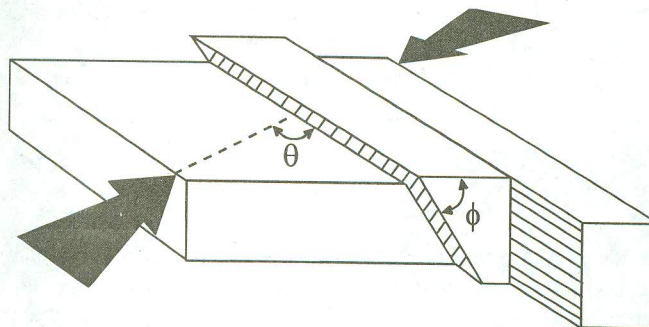


Figura 6. Se ilustra la partición de la deformación. En zonas de convergencia oblicua, la deformación se puede liberar por deslizamiento oblicuo sobre una falla, pero comúnmente se particiona dando lugar a deslizamiento sobre dos fallas; una de movimiento lateral y otra de movimiento oblicuo.

Estos esquemas de partición de la deformación son bastante rígidos ya que imponen numerosas restricciones al modelo cinemático. Una aproximación más general, aún no explorada, es el uso de la teoría de deformación plástica por

deslizamiento sobre planos (*gliding*) propuesta por Taylor (1938) y Bishop y Hill (1951). Esta teoría fue aplicada por Oertel (1965) para explicar las fracturas formadas en pasteles de arcilla y por Reches (1978) para explicar el origen de los patrones ortorrómbicos de fallas, los cuales se generan en campos de deformación tridimensional irrotacional. Actualmente, en el Instituto de Geología de la UNAM, se desarrolla un proyecto de investigación sobre la aplicación de esta teoría a un cuerpo de roca que contiene varios planos de debilidad susceptibles de liberar la deformación. Basados en esta teoría, se podrán considerar en el análisis cinemático un número más grande de sistemas de cizalla, representados por fallas en la corteza terrestre. El modelo hará preferible a aquella combinación de sistemas de cizalla que acomode la deformación impuesta con el mínimo de energía disipada. Se podrá considerar que las fallas tienen deslizamiento simultáneo, o que se activaron por grupos en fases distintas de un evento de deformación.

AGRADECIMIENTOS

Se agradecen los comentarios y sugerencias de Susana Alaniz-Alvarez y la revisión de Gustavo Tolson Jones, los cuales ayudaron a dar claridad a este trabajo.

REFERENCIAS

- Bishop, J. F. W., and Hill, R., 1951, A theory of plastic distortion of a polycrystalline aggregate under combined stress: *Philos. Mag.*, v. 42, p. 414-427.
- Jones, C. H., and Wesnousky, S. G., 1992, Variations in strength and slip rate along the San Andreas Fault System: *Science*, v. 256, p. 83-86.
- Kostrov, B. V. 1974, Seismic moment and energy of earthquakes, and seismic flow of rock: *Izv. Acad. Sci. USSR Phys. Solid Earth*, v. 1, p. 23-44.
- Means, W. D., 1976, *Stress and Strain: Basic Concepts of Continuum Mechanics for Geologists*: New York, Springer-Verlag, 339 p.
- Oertel, G., 1965, The mechanism of faulting in clay experiments: *Tectonophysics*, v. 2, p. 343-393.
- Reches, Z. 1978. Analysis of faulting in three-dimensional strain field: *Tectonophysics*, v. 47, p. 109-129.
- Taylor, G. I., 1938, Plastic strain in metals: *J. Inst. Met.*, v. 62, p. 307-324.