

APLICACIÓN DE UN ALGORITMO GENÉTICO AL MÉTODO MAGNETOTELÚRICO

Marco A. Pérez Flores

Depto. de Geofísica Aplicada, CICESE
Km 107, Carret. Tijuana-Ensenada, Ensenada, B.C., México

E-mail: mperez@cicese.mx

<http://www.cicese.mx/~mperez/index.html>

RESUMEN

La técnica de optimización estocástica de Algoritmos Genéticos nos ayuda a resolver problemas de Inversión No-lineales complejos. Se vale de un proceso de búsqueda aleatoria de la solución a un problema físico determinado, simulando un proceso de evolución biológica. El método magnetotelúrico es un método de la geofísica usado para explorar el interior de la Tierra, mediante el estudio de los campos electromagnéticos medidos en la superficie aire-tierra. De esta manera, la técnica de Algoritmos Genéticos nos ayuda a proponer aleatoriamente modelos de la Tierra y mediante un proceso de selección natural, sólo los modelos más adaptados o cuyas respuestas mejor ajustan a las observaciones son los que sobreviven, donando parte de sus características exitosas a los modelos propuestos aleatoriamente para la siguiente generación y asegurando de esta manera una convergencia hacia el modelo que mejor ajustará a las observaciones. Se plantea el problema para un modelo sintético de pocos parámetros, aunque complicado desde el punto de vista físico.

INTRODUCCIÓN

El surgimiento de las computadoras electrónicas ha sido sin duda uno de los más grandes avances de la ciencia y tecnología de la era moderna. A partir de ellas, gran cantidad de áreas del conocimiento han experimentado una evolución notable. De esta forma, ahora estamos en posibilidades de involucrarnos en la solución de problemas que en la primera mitad de este siglo aun parecían inimaginables.

La creciente capacidad de las computadoras casi permite calificarlas como especies inteligentes. Los impulsores de la Cibernética como Emilio Rosembueth, Alan Turing, John von Neumann, Norbert Wiener y otros, empezaron a concebir la idea de programas con cierta inteligencia que pudieran tomar algún tipo de decisiones y que tuvieran la capacidad de aprender a partir de la experiencia humana, surgiendo así, el concepto de Inteligencia Artificial. No sorprende entonces que los primeros computólogos dedicaran tiempo a entender la Biología y la Psiquiatría como medios para entender los procesos naturales y de esta manera tratar de emular algunos procesos del cerebro, como el proceso de aprendizaje y aun la simulación de la evolución biológica. A partir de la década de los ochenta ha aumentado considerablemente la comunidad científica interesada en estudiar computacionalmente los procesos de la vida para poderlos reproducir mediante complejos algoritmos de computación. Es así como han surgido diferentes técnicas en el área de la Inteligencia Artificial: Redes Neuronales, Sistemas Expertos y Computación Evolutiva.

Las Redes Neuronales tratan de simular procesos naturales complejos a partir de interacciones complejas de sub-procesos muy simples, como la conexión o desconexión de un elemento

llamado neurona y la interacción entre muchas de ellas. Como ejemplo, una Red Neuronal bien entrenada podría tomar el control de un avión cuando el piloto ha sufrido algún percance médico. Así mismo, se han entrenado Redes Neuronales para poder determinar las características eléctricas en un subsuelo de capas a partir de mediciones magnetotelúricas (Hidalgo y Gómez-Treviño, 1996), o de resistividad de corriente directa (Rodríguez-Ramírez y Esparza, 1997; Rodríguez-Ramírez, 1998). Los Sistemas Expertos tratan de resolver problemas de toma de decisiones a partir de algoritmos que tienen la capacidad de aprender de personas expertas en una área específica; por ejemplo, algoritmos que pueden entrevistar a un paciente y determinar su enfermedad, o los que recomiendan a inexpertos qué hacer cuando un pozo petrolero cae en descontrol. La Computación Evolutiva simula el proceso de evolución biológica hasta lograr una óptima adaptación de un organismo a su medio; por ejemplo, un algoritmo analizador de la estructura gramatical de oraciones completas que nos puede indicar la estructura gramatical óptima o bien, uno que nos determina cual es la estructura interna de la Tierra a partir de mediciones geofísicas, como las de refracción sísmica (Sambridge y Drijkoningen, 1992), curvas de dispersión sísmica y magnetometría (Iglesias-Mendoza, 1997) y mediciones de resistividad aparente con el método magnetotelúrico (Everett y Schultz, 1993; Pérez-Flores *et al.*, 1997).

El grado de avance de tales algoritmos es tal que se requiere de un programa diferente para cada área específica del conocimiento de un experto para ser entrenados o para aprender. Por ello, aún estamos muy lejos de diseñar algoritmos de múltiples aplicaciones e independientes del hombre, pero podemos reflexionar acerca de la forma en la que acostumbramos a resolver un problema complejo. Se supone

que un problema complejo también debe tener una solución compleja; sin embargo, esta quizá no necesariamente debe serlo tanto, pues la naturaleza ha resuelto problemas complicados a partir de interacciones complejas o aleatorias de *sub-procesos simples o elementales*.

El método más común para resolver un problema de Inversión no-lineal en geofísica es mediante *linealización*. Esta aproximación supone una variación lineal de los parámetros alrededor de un modelo de referencia inicial y, para actualizar el modelo iterativamente, se requiere calcular las derivadas parciales de los campos con respecto a las incógnitas (parámetros). Cuando el problema directo es complejo, sus derivadas parciales son por lo regular aún más complejas, de tal forma que algunas veces no se pueden determinar analíticamente, sino sólo numéricamente, con un alto costo computacional. Los Algoritmos Genéticos nos ofrecen la oportunidad de tratar problemas complejos sin necesidad de añadirle dificultades de linealización al problema; además, como método probador de hipótesis, sólo trabaja con el problema directo y no involucra ningún tipo de aproximación.

ALGORITMOS GENÉTICOS

Programación Evolutiva es la marca genérica de diversas formas de programación que simulan la Evolución Biológica. El antecesor más importante de este género es el de Algoritmos Genéticos (GAs), al grado que aún siguen usando GAs como marca distintiva para métodos similares o aun diferentes a GAs.

Este género de algoritmos se usa para resolver problemas complejos, mediante el planteamiento de hipótesis aleatorias (posibles soluciones al problema) y mediante un sistema que

sanciona a las hipótesis más absurdas, pretendiendo conservar las más coherentes, aun cuando éstas no expliquen el fenómeno completamente. Lo que se busca es que, al realizar una combinación inteligente de las hipótesis supervivientes se puedan construir nuevas hipótesis que quizá expliquen mejor el fenómeno. Al desechar las peores y conservar las mejores, combinando adecuadamente estas últimas, se puede llegar a una, hipótesis que explique mejor el fenómeno que se está estudiando. La forma como persisten las mejores hipótesis y se desechan las peores, así como la manera como se generan nuevas, es a través de la simulación del proceso de *Evolución Biológica*. De esta manera podemos hallar equivalencias entre el proceso de evolución y un proceso de optimización en geofísica. A continuación se enuncian algunas definiciones y conceptos importantes para observar la similitud entre un problema de inversión no-lineal en geofísica y evolución. (Tabla 1). El ejemplo de la Figura 1 está enfocado a la inversión de datos tomados con el método magnetoteléurico, suponiendo una estructura bidimensional como causante de las mediciones en la superficie de resistividad aparente a diversas frecuencias. De esta manera, los datos son las resistividades aparentes (amplitud y fase) de varias frecuencias de los dos modos de polarización (TE y TM) y las incógnitas o parámetros son los valores de resistividad constante en cada prisma bidimensional, al ir discretizando el subsuelo. En la Figura 1 se observa como el subsuelo ha sido dividido en prismas de longitud infinita en la dirección de x . Dentro de cada prisma suponemos que la conductividad o su inverso, la resistividad, es constante.

La tabla anterior muestra un *ejemplo* de un esquema de Algoritmo Genético adaptado para resolver un problema de optimización en geofísica. El mismo problema se puede

Tabla 1. Comparación entre evolución y optimización.

EVOLUCIÓN BIOLÓGICA	OPTIMIZACIÓN EN GEOFÍSICA
Un individuo.	El modelo es un conjunto de parámetros que representa una hipótesis.
Un cromosoma representa una cadena de ADN.	El parámetro representa un prisma bidimensional del modelo y está codificado en forma binaria.
Un gen representa fragmentos de la cadena de ADN.	Segmento de la cadena binaria.
De generación en generación el individuo exitoso se adapta mejor a su medio.	En optimización, el propósito es que iterativamente haya un mejor ajuste entre lo observado y lo calculado.
Al iniciar el proceso de evolución, se define una población de igual cantidad de machos que hembras con rasgos aleatorios.	Al iniciar el proceso de optimización se definen dos grupos iguales de modelos con valores aleatorios de los parámetros.
Se organizan parejas aleatorias, de tal manera que el número de descendientes sea igual a la población inicial. Tales descendientes conservan algunas características de sus padres, pero son individuos diferentes.	Se generan pares de modelos aleatorios y se mezclan algunos parámetros de los modelos para obtener la misma cantidad de modelos iniciales, pero con algunas características de los anteriores.
Se eligen pares de descendientes aleatoriamente y de cada par se elige al mejor adaptado a su medio. La idea es que los sobrevivientes tengan el mismo tamaño que el de la población inicial. La posición del peor adaptado es ocupada por el mejor adaptado a lo largo de todas las generaciones.	Se seleccionan pares aleatorios de modelos resultantes y de cada par se elige al que mejor ajusta a los datos y la posición del peor ajustado es ocupado por el del mejor ajustado global.
Se agrupan igual cantidad de descendientes hembras que machos para que se conserve la misma población inicial.	Se generan dos grupos de modelos para que la suma sea igual a la población inicial.
Cuando los descendientes son adultos, éstos se cruzan aleatoriamente, dando inicio a otra generación.	De estos dos grupos se eligen pares aleatorios y se genera un modelo resultante, dando origen a otra iteración.
La mutación es otro factor muy importante en la evolución y cuyo objetivo es añadir características nuevas a una población que tiende a homogeneizarse en la medida que avanzan las generaciones.	La mutación es un parámetro que impide que la población de modelos se vuelva demasiado homogénea en el transcurso de las iteraciones y deje de operar la búsqueda aleatoria.
Con este proceso se pretende que los sobrevivientes vayan conservando sólo las características que los lleven a adaptarse mejor a su medio.	Mediante esta técnica de optimización se espera que haya una exploración aleatoria adecuada y que el modelo resultante sea el más cercano al mínimo global.

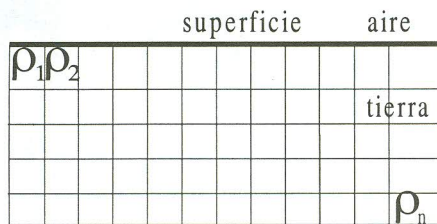


Figura 1. El subsuelo consiste de un conjunto de prismas de longitud infinita en la dirección de x . Dentro de cada prisma suponemos que la resistividad es constante.

resolver con múltiples variantes aun simulando la evolución biológica.

Si entendemos que el proceso de selección natural descrito por Darwin es un proceso de optimización, donde el organismo sobreviviente es el que contiene características que lo hacen más funcional con respecto a su medio, la naturaleza estuvo ensayando muy diversas características hasta que fue logrando organismos cada vez mejor adaptados a su hábitat. El trabajo de la naturaleza no termina, pues los hábitats también cambian con el tiempo, de tal suerte que los organismos requieren irse modificando continuamente (por ejemplo, hacerse inmunes a diferentes virus o bacterias que podrían causar la extinción masiva de una especie). Tales cambios operan sobre la información del ADN, de tal manera que se propagan a la siguiente generación. Si tales cambios son aleatorios, debemos imaginar el proceso de evolución como un proceso tortuoso y lento, pues gran cantidad de cambios no serán exitosos (no procurarán una mejor adaptación) y si los cambios fuesen guiados o no-aleatorios, podríamos hablar de un tipo de evolución acelerada.

Si estamos de acuerdo en que la evolución es un proceso de optimización, entonces podemos pensar que su ejemplo nos puede ayudar a resolver otros problemas de optimización en diversas áreas de la ciencia. Por eso, ya desde la década de 1960, Rechenberg (1965) introdujo las *estrategias evolutivas* para el diseño de *alerones* de un avión, o de Box (1957) quien introdujo ideas evolutivas para incrementar la producción industrial. En la actualidad existen infinidad de aplicaciones a diferentes áreas de las ciencias y muy diversas formas de aplicar los conceptos de evolución, (ver por ejemplo los resúmenes de la *Evolutionary Programming Society* (<http://www.natural-selection.com/eps/index.html>)).

La técnica de Algoritmos Genéticos (GAs) fue inventada por John Holland en la década de 1960 y ampliamente desarrollada por él y sus colegas en la Universidad de Michigan. El objetivo de Holland no fue hallar un esquema para resolver un problema de optimización cualquiera, sino tratar de entender el fenómeno de adaptación tal como ocurre en la naturaleza y desarrollar caminos en los cuales el mecanismo de adaptación natural pudiera incorporarse a un sistema computacional. En el libro *Adaptation in Natural and Artificial Systems* (Holland, 1975), se presentan los algoritmos genéticos como una abstracción de la evolución biológica y

se desarrolla el marco teórico de lo que hoy conocemos como GAs. En el algoritmo de Holland se plantea que los *cromosomas* están formados por *genes* y estos últimos se representan como un grupo de *bits*. De esta manera, el intercambio de información mediante *apareamiento* y las perturbaciones por *mutación*, operan directamente sobre los *bits*. En la actualidad algunos algoritmos usan el esquema básico de evolución, pero el *apareamiento* (o *cruzamiento*) y la *mutación* operan directamente sobre los *cromosomas*. En términos de optimización, significa que se pueden modificar (por *apareamiento* o *mutación*) directamente los valores del *parámetro*. Para nuestro caso, cada *parámetro* es la *resistividad* de un prisma bidimensional. Si el *apareamiento* y *mutación* ya no opera sobre los *genes*, entonces ya no tiene sentido llamarle *Algoritmos Genéticos*, de ahí que se haya propuesto una etiqueta más general, que es la *Programación Evolutiva*. Bajo esta nueva etiqueta, se engloban diferentes variantes de GAs y aun diferentes estrategias evolutivas.

MÉTODO MAGNETOTELÚRICO

El método magnetotelúrico (MT) es una técnica geofísica de exploración del subsuelo cuya fuente son campos electromagnéticos naturales producidos por interacciones entre el plasma solar y la magnetósfera (Vozoff, 1993). Estos campos inciden sobre la superficie terrestre como ondas planas; una parte de su energía es reflejada y otra es transmitida en el subsuelo, donde por inducción electromagnética generan corrientes eléctricas. La intensidad de estas corrientes inducidas es mayor en cuerpos de alta conductividad.

En el método MT se miden las variaciones temporales de las dos componentes horizontales del campo eléctrico (E_x , E_y) en la superficie del terreno, usando dos dipolos eléctricos y las tres componentes del campo magnético (H_x , H_y , H_z) por medio de tres bobinas ortogonales. La variación en tiempo de estos campos generalmente presenta un carácter errático debido al comportamiento aleatorio de la fuente proveniente de la magnetósfera. Sin embargo, un análisis espectral de Fourier de estos registros permite observar coherencias entre diferentes componentes de los campos y determinar que en algunas frecuencias los campos son más intensos. Debido a que no conocemos la intensidad de la fuente para cualquier tiempo, en el método MT se trabaja con razones de campos eléctricos y magnéticos con la finalidad de eliminar el efecto de las fluctuaciones de la fuente. A estas razones se les conoce como impedancias ($Z_{xy} = E_x / H_y$, $Z_{yx} = E_y / H_x$). Al elevar al cuadrado cada impedancia y dividirla entre la permeabilidad magnética (μ_0) y la frecuencia angular (ω), se obtiene una cantidad con unidades de resistividad, denominada resistividad aparente (ρ_a), que es una cantidad compleja debido a que existen defasamientos entre los campos. Es común representar la resistividad aparente como una amplitud ($|\rho_a|$) y una fase (ϕ) en función de la frecuencia lineal (f) o bien su inverso, el periodo (T). La gráfica de la amplitud de la resistividad aparente nos da una primera idea del comportamiento de la

resistividad en el subsuelo con la profundidad, donde las altas frecuencias nos indican profundidades someras y las bajas frecuencias denotan grandes profundidades.

En un subsuelo homogéneo, o formado por capas horizontales, las dos impedancias son iguales (con excepción de una diferencia de fase de 90 grados). Para otros subsuelos las impedancias son diferentes. Para el caso de un subsuelo bidimensional, en donde la resistividad no varía en la dirección y (conocida como rumbo eléctrico de las estructuras), el análisis de las corrientes inducidas se facilita pues éstas se desacoplan en dos modos independientes entre sí: el *modo TM*, donde las corrientes son perpendiculares al rumbo eléctrico y el modo TE, donde son paralelas (Figura 2). En el caso de un subsuelo tridimensional, en donde la resistividad varía en las tres direcciones, el fenómeno de inducción es más complicado pues ya no se desacoplan los modos. En este trabajo se utiliza un modelo bidimensional en el que, a partir de la transformación de los campos eléctricos y magnéticos observados al dominio de la frecuencia, se calculan un par de resistividades aparentes para los modos TE y TM (amplitud y fase vs frecuencia o periodo):

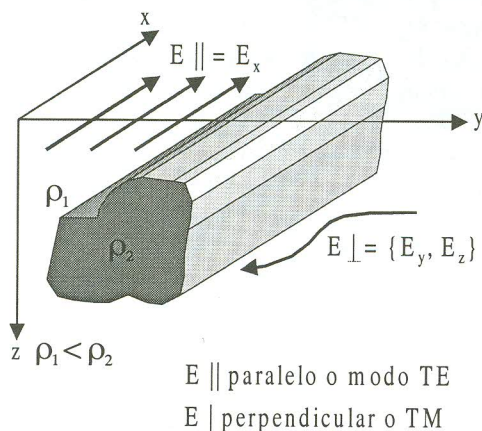


Figura 2. En un medio bidimensional existen dos direcciones o modos para el campo eléctrico. El modo TM que atraviesa la estructura perpendicularmente y el modo TE que es paralelo a la estructura.

$$\rho_a^{TE}(f) = \frac{1}{\omega \mu_o} \left(\frac{E_x}{H_y} \right)^2 \quad y \quad (1)$$

$$\rho_a^{TM}(f) = \frac{1}{\omega \mu_o} \left(\frac{E_y}{H_x} \right)^2 \quad (2)$$

Cada estación o sondeo MT nos da información sobre la estructura eléctrica del subsuelo que volumétricamente se encuentra cerca de la estación. Para tener información sobre

una región más extensa es necesario tener una serie de sondeos que, para el caso bidimensional, deben estar localizados sobre un perfil perpendicular al rumbo eléctrico (Figura 3). Las resistividades aparentes de los dos modos tienen diferentes sensibilidades a la misma estructura del subsuelo, por consiguiente, cada modo tiene información diferente sobre la estructura. Para el Algoritmo Genético se proponen modelos aleatorios del subsuelo, los cuales se seleccionan con base en qué tan bien sus resistividades aparentes y fases calculadas reproducen a los correspondientes datos observados de los dos modos, de acuerdo con alguna función de ajuste (rms ó chi-cuadrada). Este proceso iterativo requiere el cálculo exacto de las respuestas de un gran número de modelos bidimensionales, muchos de ellos con contrastes fuertes de resistividad. Existen diversos algoritmos de solución de la ecuación diferencial bidimensional que describe el fenómeno magnetoteléurico. Tres diferentes algoritmos de modelado fueron probados, optándose por el método de Weaver (Weaver y Brewitt-Taylor, 1978; Pu *et al.*, 1993) por ser éste el más preciso al considerar modelos altamente heterogéneos, como los propuestos aleatoriamente por GAs. Dentro del código de computación las ecuaciones diferenciales para cada modo se resuelven con diferencias finitas, integrando alrededor de cada nodo de la rejilla de discretización para mejorar la estabilidad numérica. En este método se aplican condiciones integrales de frontera en la interface aire-tierra para evitar discretizar el aire en el modo TE, ahorrando tiempo de cómputo. Además, la rejilla de discretización del subsuelo se calcula automáticamente, haciéndola dependiente de la frecuencia y de las resistividades y profundidades de las celdas del modelo, es decir, modelos diferentes en frecuencias iguales tienen rejillas diferentes.

CRITERIO DE OPTIMIZACIÓN

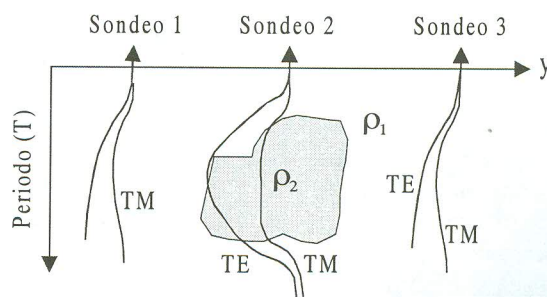


Figura 3. Se planean varios sondeos de MT perpendiculares a la estructura. Cada sondeo se grafica en forma de perfiles de periodo vs amplitud de la resistividad o fase para ambos modos.

Para el ejemplo que se presenta en este artículo, se usó la norma cuadrática de los residuales; esto es, la suma de las diferencias al cuadrado, entre las amplitudes de la resistividad aparente observada $|\rho_a^{obs}|$ y calculada $|\rho_a^{cal}|$ para los modos TE y TM y la suma de las diferencias entre las fases para los mismos modos.

$$F(\rho_i) = \|\rho_a^{obs} - \rho_a^{cal}\|^2 + \|\phi^{obs} - \phi^{cal}\|^2 \quad (3)$$

Cada modelo tendrá una distribución de resistividades ρ_i para los prismas y por modelado obtendremos sus ρ_a^{cal} y ϕ^{cal} correspondientes. A partir de ahí, obtendremos un valor de $F(\rho_i)$ para cada modelo. Sólo los modelos que tengan el valor más bajo de F son los que sobreviven, de tal manera que después de muchas generaciones el modelo con menor F será el óptimo o el mejor adaptado en términos de selección natural. Cabe hacer notar que en la definición de la función objetivo F también se incluyen las incertidumbres en los datos observados por medio de la covarianza de los errores de observación. La definición de F no está limitada a la norma cuadrática, pudiendo ser cualquier otra norma de grado n , o inclusive, condiciones adicionales de suavidad, como puede ser la minimización de la variación espacial de las resistividades entre celdas.

PRUEBAS CON DATOS SINTÉTICOS

El algoritmo se probó con datos sintéticos de un modelo "tablero de ajedrez" (Figura 4) caracterizado por la alternancia de 16 bloques de resistividad $100 \Omega^m$ (cuadros claros de la Figura) o $20 \Omega^m$ (cuadros oscuros). Desde el punto de vista de la inversión, este modelo tiene pocos parámetros (16) pero es complicado desde el punto de vista de cálculo de las respuestas, pues es muy heterogéneo. Requiere de discretizaciones finas para un cálculo exacto de las resistividades aparentes de ambos modos en cinco frecuencias (10, 3, 1, 0.3 y 0.1 Hz) para ocho sondeos localizados en $y = -3.5, -2.5, 1.5, -0.5, 0.5, 1.5, 2.5$ y 3.5 km , resultando un total de 160 observaciones o datos. Asimismo, para simular las incertidumbres típicas en los datos observados, se les agregó un error gaussiano de 5%.

En el paso inicial del Algoritmo Genético se definió una población de 10 parejas, es decir, 20 modelos con 16 resistividades elegidas aleatoriamente para cada modelo. A continuación, las respuestas de estos modelos fueron calculadas y comparadas con las observadas por medio de la función

objetivo, seleccionándose los modelos más aptos (con menor valor de F) siguiendo el procedimiento descrito anteriormente. En las primeras generaciones la similitud de los modelos seleccionados con el modelo verdadero es muy pobre, mejorando conforme avanzan las generaciones. Después de 330 generaciones el programa se detuvo una vez que cumplió con un criterio de convergencia predefinido.

$$1.0 \leq \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N \frac{(Y_{obs} - Y_{cal})^2}{C_y^2} \right] \leq 1.2 \quad (4)$$

Donde Y_{obs} representa las amplitudes y fases observadas más el error gaussiano agregado en caso de observaciones sintéticas y Y_{cal} representa los mismos, pero de la respuesta de cada modelo. C_y representa la barra de error estimada para cada observación. Cuando la diferencia entre lo observado y calculado es casi igual al error estimado, toda la ecuación tiende a la unidad, es decir, que pedimos un modelo que ajuste a los datos, pero no más allá del error estimado.

El modelo mejor adaptado se muestra en la Figura 5a, observándose una gran similitud entre éste y el verdadero de la Figura 4 en los bloques superficiales y de profundidades intermedias. Sin embargo, en tres de los bloques más profundos (entre $-2 \leq x \leq 4 \text{ km}$) las resistividades encontradas difieren significativamente de las verdaderas. Para el bloque localizado en $0 \leq x \leq 2 \text{ km}$, parece existir una razón física que puede explicar la discrepancia entre la resistividad estimada ($13.2 \Omega^m$) y la verdadera de $100 \Omega^m$. Esta puede provenir de un problema de equivalencia del bloque suprayacente, que es una limitación bien conocida de los métodos electromagnéticos en la determinación independiente de la resistividad y espesor de un cuerpo conductor a profundidad. Hasta el momento no se ha encontrado una explicación física similar para las discrepancias de los otros bloques profundos, aunque se supone que se deben a la física de inducción y galvánica asociada al modo TM, que es más difícil de evaluar usando argumentos cualitativos sencillos. De cualquier forma, estos resultados indican la pérdida de resolución de los datos de MT con la profundidad, una característica reconocida de este método. Aunque es posible que las discrepancias mencionadas disminuyan si se reduce el error gaussiano agregado a los datos y se aumentan el número de sondeos y más frecuencias bajas,

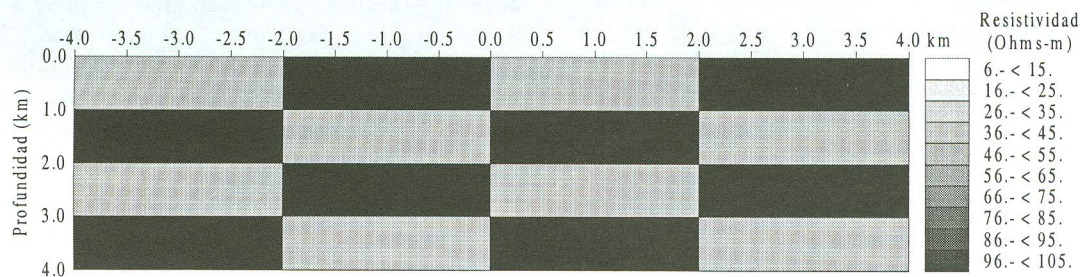


Figura 4. Un subsuelo tipo "Tablero de Ajedrez" consistente en 16 prismas bidimensionales donde los cuadros oscuros corresponden a 100 ohms-m y los claros a 20 ohms-m.

es difícil que ellas desaparezcan por completo, ya que se deben a limitaciones inherentes al fenómeno de inducción electromagnética en este modelo complicado y no a deficiencias del Algoritmo Genético. Sin embargo, de acuerdo con los estándares de inversión, éste es un resultado muy bueno. En la Figura 5b se presenta la gráfica de convergencia ($r.m.s$ vs generaciones). Se puede observar que en las primeras 20 generaciones hay una convergencia rápida, lo que indica que en estas generaciones la población de modelos está cambiando rápidamente de absurdos a no absurdos. Después, los modelos empiezan a converger más lentamente, o sea que al ya no ser tan absurdos, al Algoritmo se le dificulta encontrar cambios genéticos que produzcan mejoras sustanciales, es decir, el proceso de evolución se halla en la parte de adaptación más fina. Como se pudo observar, esta gráfica es no-lineal, indicándonos que es difícil hallar fórmulas que puedan predecir en cuántas generaciones un organismo se va a adaptar a su medio. Lo que sí se sabe es que deben ser muchas y que en un proceso natural, no terminan, pues el medio también está cambiando. Cuando la velocidad de cambio del medio es equiparable a la velocidad de adaptación de un organismo, éste se preserva, pero cuando la velocidad de adaptación de una especie es menor a la velocidad de cambio del medio, se produce una extinción.

En las Figuras 5c y 5e se muestran los ajustes entre las amplitudes de la resistividad aparente para el modo TE y TM, respectivamente, para varias frecuencias. En las Figuras 5d y 5f se muestran los ajustes para las fases de la resistividad aparente de los modos TE y TM, respectivamente. Se observa en estas últimas cuatro gráficas un buen ajuste entre las líneas continuas (observadas) y punteadas (calculadas del mejor modelo). Como se observa en la Figura 5f, el ajuste no es muy bueno, sin embargo, el criterio de convergencia decidió que el ajuste general promedio era suficientemente bueno para detener el proceso de búsqueda. Esto quiere decir que el criterio de convergencia no le da más peso a unas mediciones que a otras. Si pusiéramos pesos más altos a la fase del modo TM, seguramente el proceso de minimización trataría de obtener un mejor ajuste en la fase del TM (Figura 5f).

CONCLUSIONES

Mucho tiempo ha pasado desde que los fundadores de la cibernética empezaron a idear sistemas de programación que tomaran algún tipo de decisiones dando lugar a lo que conocemos hoy como Inteligencia Artificial y sus tres grandes grupos: redes neuronales, sistemas expertos y computación evolutiva. La computación evolutiva es una marca de clase que engloba a diferentes técnicas de optimización simulando un proceso de evolución biológica, incluyendo a la técnica de Algoritmos Genéticos. El grado de avance en computación evolutiva es tal que existen infinidad de aplicaciones a diferentes áreas de la ciencia, industria y aún milicia. Sin embargo, aún estamos muy lejos de diseñar algoritmos de múltiples aplicaciones. Con la técnica de Algoritmos

Genéticos se busca que los cambios aleatorios que operan sobre los parámetros recaigan directamente sobre los genes, o bien, sobre la representación binaria de los parámetros. En la actualidad, existen múltiples variantes que aplican los cambios aleatorios directamente sobre el valor numérico de los parámetros.

La técnica de Algoritmos Genéticos es un método de optimización que nos permite resolver problemas de inversión no-lineal complejos, como es el caso del método magnetotelúrico, donde nuestro objetivo es determinar la estructura geoelectrica bidimensional que mejor explica o ajusta las mediciones de campos electromagnéticos tomados en la superficie aire-tierra. Al ser un método probador de hipótesis, sólo requiere que resolvamos el problema directo (modelado de MT en dos dimensiones) con suficiente exactitud, rapidez y versatilidad, pues ha de calcular la respuesta (resistividades aparentes) de una gran cantidad de modelos aleatorios. Para este fin, se probaron varios métodos de modelado de MT, hasta que elegimos el mejor de acuerdo a nuestros objetivos. Ya que la rejilla de discretización para resolver las ecuaciones diferenciales correspondientes depende de la frecuencia y del propio modelo, además de que trabaja con ciertas condiciones de frontera en el modo TE, nos evita hacer discretizaciones innecesarias en el semi-espacio de aire y es suficientemente preciso aún en medios altamente heterogéneos.

Una vez resuelto el problema directo de una manera eficiente, lo demás es calcular una gran cantidad de modelos aleatorios y, mediante un criterio de evolución biológica, obtener el mejor modelo que explica los datos observados. El código de programación resultante nos permite proponer funciones objetivo que minimizan cualquier norma de los residuales, incluyendo la cuadrática. Además, nos permite añadir términos a la función, como minimización de la variación espacial de las resistividades, lograr modelos más planos o suaves, así como considerar el error en las observaciones, incluyendo una matriz de covarianza de los errores de observación.

En el ejemplo de un medio tablero de ajedrez se observa un ajuste a los datos aceptable y un modelo resultante muy parecido al real, con pequeñas diferencias en la región profunda, que es donde físicamente las observaciones no tienen mucha información. De acuerdo a la curva de convergencia, se observa que en las primeras 20 generaciones los modelos cambian rápidamente de absurdos a no-absurdos y en posteriores generaciones los cambios exitosos son más lentos, además de que en esta etapa, la población de modelos es muy parecida a la del mínimo global o mejor adaptado.

Podemos concluir que el método de algoritmos Genéticos, es una muy buena alternativa para resolver problemas complicados. El problema con el método es que sólo hay que resolver el problema directo cientos de veces, mientras que en linealización sólo decenas, pero hay que calcular también decenas de derivadas parciales, así que para problemas

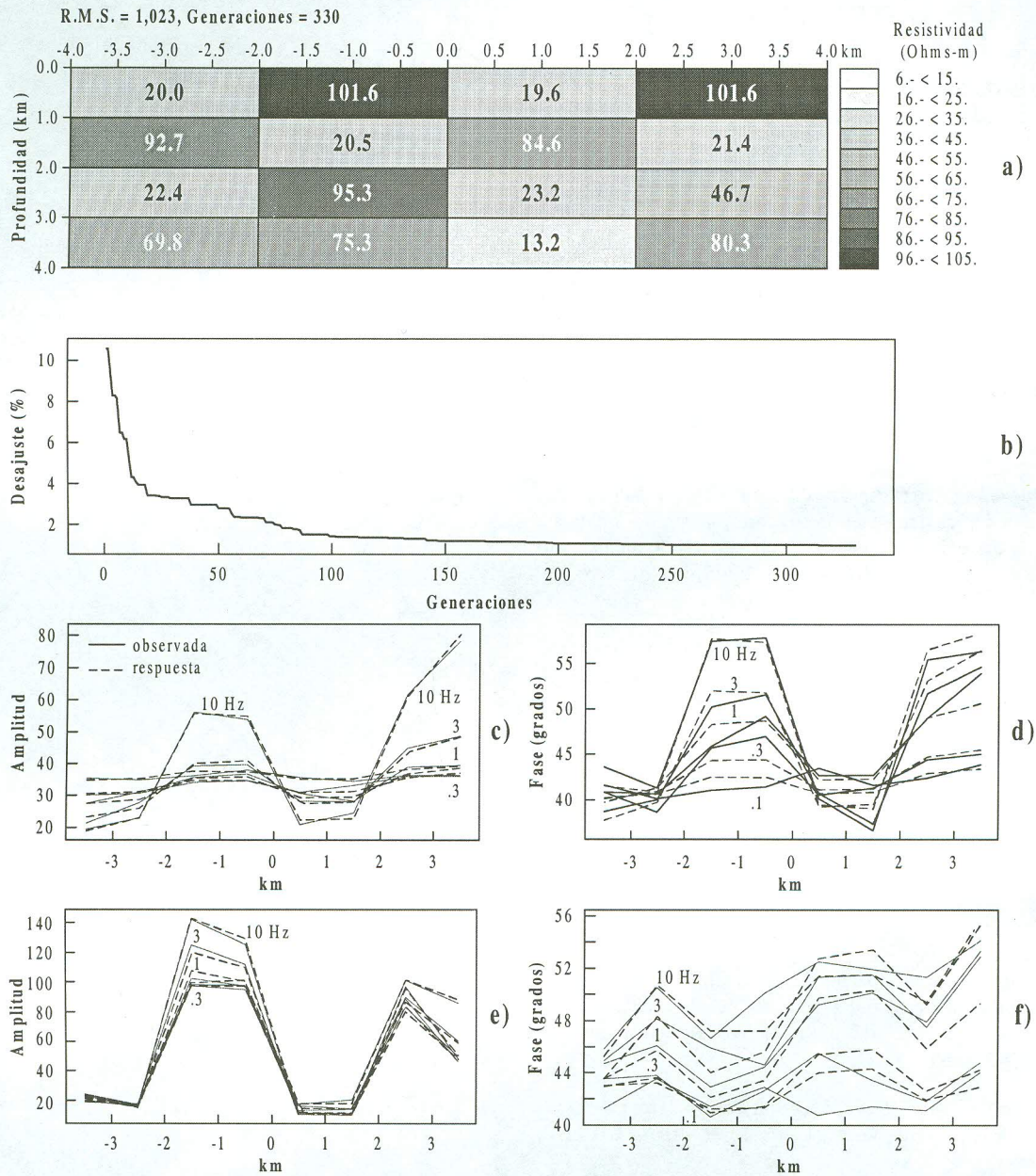


Figura 5. (a) Mejor modelo después de 330 generaciones, (b) gráfica de convergencia del proceso de evolución aleatoria. (c) y (d) comparación de lo observado con la respuesta del modelo para la amplitud y fase de la resistividad aparente para el modo TE, (e) y (f) comparación de lo observado para el modo TM.

relativamente complejos, quizá el método de algoritmos Genéticos no solo pueda ser una opción más, sino aún mejor que la linealización. Además, hay fenómenos físicos donde el problema de linealización es intratable. Como buscador aleatorio de soluciones, el método que aquí se presenta nos ofrece una mayor probabilidad de hallar el *mínimo global*, mientras que la linealización está diseñada para hallar el mínimo más cercano a un modelo inicial. La técnica de Algoritmos Genéticos no requiere ninguna información inicial, sin embargo, sí se le pueden sugerir ciertos rasgos al modelo mediante la manipulación de los intervalos de variación de cada parámetro. De esta manera, podemos aumentar la velocidad de convergencia asignándole información adicional.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Juan García y Luis Delgado por motivarme para hacer este escrito y también a Hugo Hidalgo, Carlos Flores y Gustavo Olague por tomarse el tiempo para revisar el escrito y proponerme toda serie de cambios para mejorarlo a Victor M. Frías Camacho por la edición de las figuras y a Bárbara Uribe por la corrección del manuscrito.

REFERENCIAS

- Box, G.E.P., 1957, Evolutionary operation: A method for increasing industrial productivity. *Journal of the Royal Statistical Society C6*, v. 2: 81-101
- Everett, M.E. y Schultz, A., 1993, Two-dimensional nonlinear Magnetotelluric Inversion using a Genetic Algorithm. *Journal of Geomagnetism and Geoelectricity*, v. 45, p. 1013-1026
- Hidalgo, H. y Gómez-Treviño, E., 1996, Application of Constructive Learning Algorithms to the Inverse Problem. *IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing*, v. 34, p. 874-885.
- Holland, J.H., 1975. *Adaptation in Natural and Artificial Systems. University of Michigan Press.* (Second Edition: MIT Press, 1992)
- Iglesias Mendoza, A., Cruz Atienza, V.M. y Rodríguez Zúñiga, J.L., 1997, Inversión de datos Geofísicos con Algoritmos Genéticos: Curvas de dispersión y anomalías magnéticas. Reunión anual de la *Unión Geofísica Mexicana*, en GEOS de Noviembre, p. 213.
- Pérez Flores, M.A., Schultz, A. y Weaver, J., 1997, Inversión no-lineal de datos de MT mediante Algoritmos Genéticos. Reunión anual de la *Unión Geofísica Mexicana*, en GEOS de Noviembre, p. 213.
- Pu, X.H., Agarwal, A.K. y Weaver, J.T., 1993, Magnetic field solutions of the E-polarization induction problems. *Journal of Geomagnetism and Geoelectricity*, v. 45, p. 859-872
- Rechenberg, I., 1965. Cybernetic solution path of an experimental problem. *Ministry of Aviation, Royal Aircraft Establishment (U.K.)*
- Rodríguez Ramírez, J.E. y Esparza, F., 1997, Obtención de perfiles de resistividad aparente utilizando una Red Neuronal del tipo Cascor. Reunión anual de la *Unión Geofísica Mexicana*, en GEOS de Noviembre, p. 217.
- Rodríguez Ramírez, J.E., 1998, Inversión de Sondeos Eléctricos mediante Redes Neuronales. *Tesis de Maestría*, CICESE, Ensenada
- Sambridge, M. y Drijkoningen, G., 1992, Genetic Algorithms in seismic waveform inversion. *Geophysical Journal International*, v. 109, p. 323-342.
- Weaver, J.T. y Brewitt-Taylor, C.R., 1978, Improved boundary conditions for the numerical solution of E-polarization problems in geomagnetic induction. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society* v. 54, p. 309-317.
- Vozoff, K., 1993, The magnetotelluric method. En: *Electromagnetic methods in applied geophysics*, Misac N. Nabighian (Ed.), Society of Exploration Geophysicists, IG-3, v. 2, p. 641-712.