

Estimación de temperatura potencial y salinidad promedio de la superficie de $27.0 \sigma_\theta$ de la región sureña de la Corriente de California por el método de análisis objetivo

Gilberto Jerónimo Moreno ¹, José Gómez Valdés ²

Departamento de Oceanografía Física del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE), Km 107 Carretera Tijuana-Ensenada, Ensenada, Baja California, México.

Correo electrónico: gjeronim@cicese.mx.

Correo electrónico: jgomez@cicese.mx.

RESUMEN

En este trabajo se estudia la termodinámica de la capa subsuperficial de $27.0 \sigma_\theta$ de la región sureña de la Corriente de California, usando los datos hidrográficos de 29 cruceros del programa Investigaciones Mexicanas de la Corriente de California (IMECOCAL). Los campos promedio de temperatura potencial y de salinidad de esta superficie fueron obtenidos a partir del análisis objetivo. Las escalas de correlación de los campos termodinámicos fueron determinadas por medio de variogramas obtenidos de los datos. El estimador fue validado con ensayos Monte Carlo. La superficie de $27.0 \sigma_\theta$ se localizó a profundidades entre 470 y 520 m. En los patrones de temperatura potencial y salinidad en mar adentro se observó la intrusión de aguas frías y poco saladas del norte, que se puede asociar a la Corriente de California, y sobre el talud continental la intrusión de aguas cálidas y más saladas del sur, que se puede asociar a la Contracorriente Subsuperficial. Los resultados de este estudio indican que la profundidad de 500 m como referencia para el método geostrofico debe ser revisada.

Palabras clave: temperatura potencial, salinidad, superficie de $27.0 \sigma_\theta$, análisis objetivo, región sur de la Corriente de California.

ABSTRACT

We examine the mean thermodynamic fields in the southern region of the California Current, using hydrographic data from 29 surveys from Investigaciones Mexicanas de la Corriente de California (IMECOCAL) program. Objective analysis is applied to estimate the potential temperature and salinity distributions on the surface $27.0 \sigma_\theta$. The correlation scales were obtained by experimental variograms. The validation of the estimator was made by Monte Carlo simulations. The surface of $27.0 \sigma_\theta$ is located between depths of 470 and 520 m. The potential temperature and salinity patterns indicate an offshore cold and fresh water intrusion flowing from north associated with the California Current, and a warmer and salty water intrusion on the continental slope flowing from south associated with the California Undercurrent. These results strongly suggest that the 500 m depth taken as a reference level for the geostrophic method should be reviewed.

Key words: potential temperature, salinity, surface of $27.0 \sigma_\theta$, objective analysis, southern region of the California Current

INTRODUCCIÓN

Las corrientes marinas de gran escala se encuentran en balance geostrofico, es decir, el efecto de la rotación de la tierra sobre las partículas en movimiento se compensa con el gradiente de presión interno. Tal es el caso de la Corriente de California, la que recorre, de norte a sur, gran parte de la costa oeste de Norteamérica. Esta corriente es generada por el campo de vientos de escala grande del mismo hemisferio y transporta agua poco salada y de baja temperatura. Frente a Baja California no solo fluye la Corriente de California, sino también dos contracorrientes: la Contracorriente Superficial Costera y la Contracorriente Subsuperficial (Lynn y Simpson, 1987). Estas tres corrientes varían tanto en espacio como en tiempo a diversas escalas, siendo la mesoscala la mejor documentada (Gómez-Valdes, 1983; Lynn y Simpson, 1987; Soto-Mardones et al., 2004). Las contracorrientes están confinadas a la zona comprendida entre el talud continental y la costa. La Contracorriente Subsuperficial de California transporta de sur a norte agua cálida y salada de origen ecuatorial. Las masas de agua que mezclan la Corriente de California y la Contracorriente Subsuperficial son de origen subártico la primera y de origen ecuatorial la segunda (Sverdrup et al., 1942).

En 1997 comenzó el programa Investigaciones Mexicanas de la Corriente de California (IMECOCAL) para estudiar la variabilidad espacial y temporal de dichas corrientes frente a Baja California. Desde entonces, en forma casi ininterrumpida, se han realizado cruceros oceanográficos cuatro veces al año para observar los cambios estacionales en la región. La información acumulada de los campos termodinámicos permite el uso de métodos estadísticos para mejorar la estimación de su variabilidad espacial y temporal. En particular, Jerónimo y Gómez-Valdés (2006) determinaron la variabilidad espacial de la superficie isopícnica de $25.0 \sigma_{\theta}$, embebida en la Corriente de California, empleando el método de análisis objetivo (Davis, 1985). Estos autores introdujeron con éxito el estudio de superficies isopínicas como una herramienta para dilucidar el transporte y la mezcla de las masas de agua en diferentes capas en la región IMECOCAL. Ya que la superficie de $27.0 \sigma_{\theta}$ está cerca del límite inferior de la influencia de la Corriente de California y muy probablemente dentro del núcleo de la

Contracorriente Subsuperficial (Gómez-Valdés, 1983), resulta atractivo estudiar la distribución de sus propiedades.

El propósito de este trabajo es estimar por análisis objetivo los campos de temperatura potencial y salinidad promedio de la superficie de $27.0 \sigma_{\theta}$ que se encuentran frente a la costa oeste de Baja California. Una vez obtenidos los estimadores, se discute la física de la distribución de las propiedades termodinámicas de la superficie de $27.0 \sigma_{\theta}$. Finalmente, por motivos didácticos, se elabora un apéndice en donde se describe con detalle el desarrollo matemático del método de análisis objetivo.

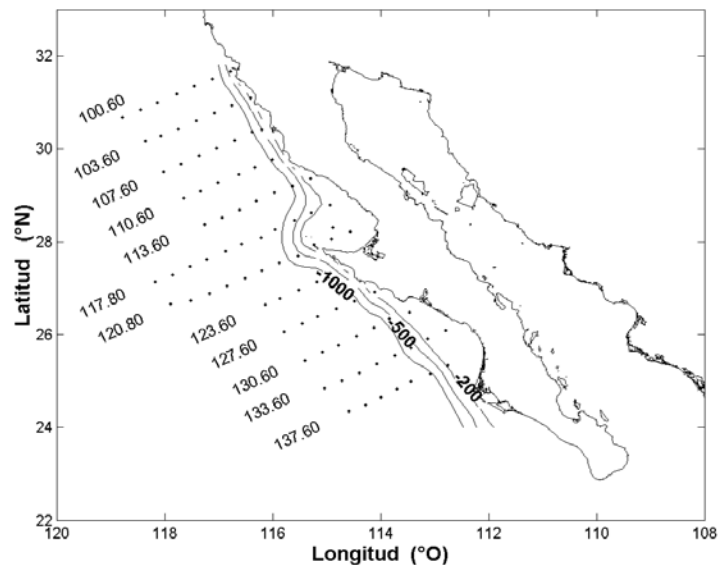


Figura 1. Red de estaciones del programa Investigaciones Mexicanas de la Corriente de California (IMECOCAL). Los valores enteros representan la identidad de la línea hidrográfica y los números decimales, la identidad de la estación.

APLICACIÓN DEL ANÁLISIS OBJETIVO A LA REGIÓN SUREÑA DE LA CORRIENTE DE CALIFORNIA

Los datos utilizados en el presente trabajo son de 29 cruceros oceanográficos del programa IMECOCAL, los que abarcan el periodo de julio de 1998 a octubre de 2005. En la Figura (1) se muestra la red de estaciones de los cruceros los que cubren una malla formada por doce líneas hidrográficas, en donde la mayoría de las estaciones de muestreo (puntos de la red) están separadas por una distancia de 37 km y la distancia entre cada línea hidrográfica es de 74 km.

En general, en cada estación se realizaron lances de CTD (Conductivity, Temperature, Depth) desde la superficie hasta 1,000 m de profundidad, aunque en algunas ocasiones se realizaron lances más profundos. Como hay estaciones con profundidad menor a 1,000 m, en ellas los lances fueron más someros. En la mayoría de los cruceros se utilizó un sistema CTD modelo SBE-911 plus, cuyo sensor de conductividad tiene una precisión de 0.003 mmho cm⁻¹, el de temperatura de 0.0002 °C y el de presión de 0.001 % de la escala completa. García-Córdova et al. (2005) reportan una descripción completa del procesamiento de los datos.

En las secciones siguientes se presentan los pasos que conducen a la aplicación del método de análisis

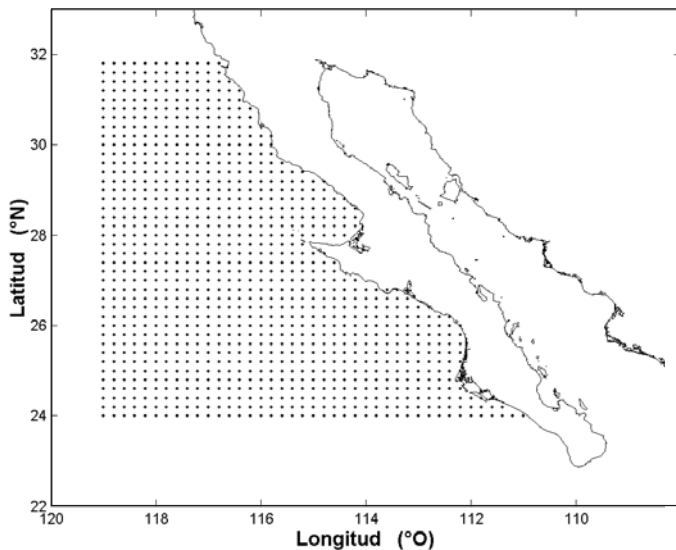


Figura 2. Malla generada por diferencias finitas para la región IMECOCAL.

objetivo para la estimación de la temperatura potencial (θ), salinidad (S) y profundidad (H) de la superficie de 27.0 σ_θ del área de estudio del programa IMECOCAL. En el apéndice se encuentra la descripción matemática del método.

GENERACIÓN DE LA MALLA PARA LA ESTIMACIÓN DE LOS CAMPOS TERMODINÁMICOS

Debido al auge de los modelos numéricos en las ciencias geofísicas, el problema de generación de mallas ha recibido mucha atención en años recientes. Por sus dimensiones, la región IMECOCAL se puede considerar plana y la frontera continental, una curva

suave. Para una región de este tipo, la malla se puede generar por diferencias finitas; nosotros usamos el método de Tinoco-Ruiz (1997). En la Figura (2) se muestra la malla generada por este método, en la que los puntos de observación del programa IMECOCAL son nodos. Por condiciones de minimización del error, la distancia entre puntos de la malla resultó de 18.0 km.

ESCALAS DE CORRELACIÓN

Para encontrar las escalas de correlación de los datos, se calculó la autocorrelación de las variables termodinámicas. La Figura (3) muestra la distribución de la autocorrelación de la temperatura potencial de la superficie isopícnica 27.0 σ_θ . Las isolíneas de autocorrelación pueden aproximarse por elipses concéntricas, por esta razón, para el sistema de coordenadas elegimos el eje x como la dirección del

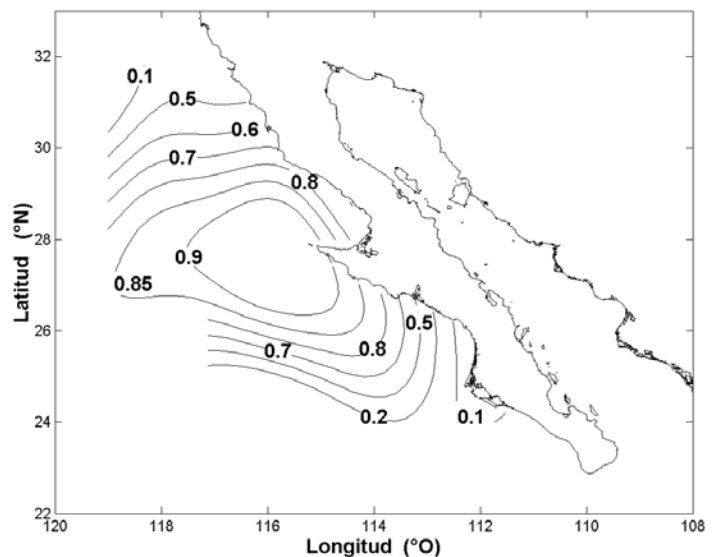


Figura 3. Covarianza de la temperatura potencial de la superficie de 27.0 σ_θ .

semi-eje menor de estas elipses (dirección ortogonal a la costa), y el eje y como la dirección del semi-eje mayor (dirección paralela a la costa), de tal manera que si asignamos un funcional a la autocorrelación, el funcional sólo dependerá de la distancia. Para determinar esta distancia, evaluamos la distancia a la que un par de puntos no estuvieran correlacionados; esta información se obtuvo analizando variogramas.

Con base en la anisotropía de la distribución de la autocorrelación del campo de la temperatura potencial de la superficie isopícnica 27.0 σ_θ hicimos dos

variogramas, los que se muestran en la Figura 4, en donde en el eje de las abscisas están las distancias entre puntos y en el eje de las ordenadas la semi-varianza, sobresale que las curvas no son iguales.

Con estos resultados, se ajustó un modelo Gaussiano (Cressie, 1993) para cada dirección, de tal manera que las funciones de las semi-varianzas fueron:

$$\gamma_1(x) = c_{01} + c_1 \left(1 - e^{-\left(x/L_x\right)^2}\right), \quad (1.1)$$

$$\gamma_2(y) = c_{02} + c_2 \left(1 - e^{-\left(y/L_y\right)^2}\right), \quad (1.2)$$

en donde $\gamma_1(x)$ es el modelo Gaussiano para la semi-varianza en la dirección ortogonal a la costa y $\gamma_2(y)$ es el modelo Gaussiano para la semi-varianza en la dirección paralela a la costa. Al ajustar las curvas (1) por mínimos cuadrados, se obtienen las escalas de correlación para cada caso, las cuales resultaron $LX = 100$ km y $LY = 120$ km, los demás parámetros usados en los ajustes fueron $c_{01} = 0.1$, $c_1 = 50$, $c_{02} = 0.15$, $c_2 = 30$. De la información obtenida a partir de los variogramas, para la construcción del estimador, se eligió la base de funciones:

$$\left\{ F_1 = 1, F_2 = e^{-\left(x/L_x\right)^2}, F_3 = e^{-\left(y/L_y\right)^2} \right\}. \quad (2)$$

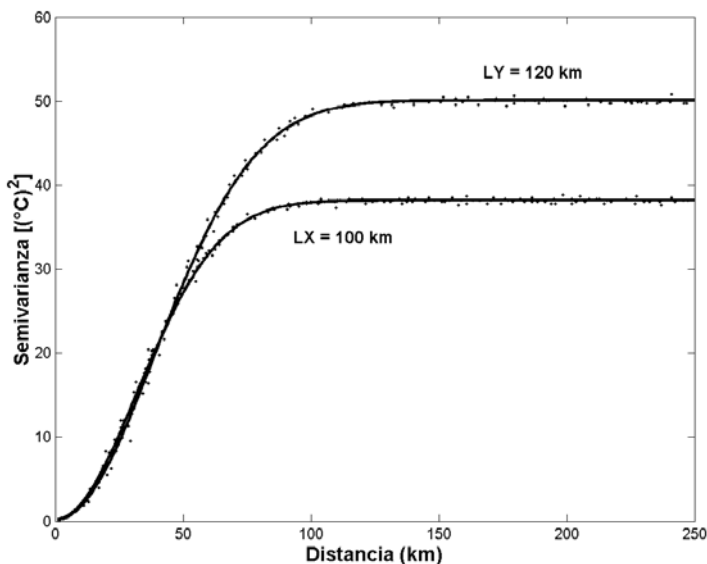


Figura 4. Variogramas de la temperatura potencial de la superficie de 27.0 σ_θ .

Con la base elegida, la función de correlación resultante es:

$$C_{xx}(\mathbf{x}) = E + (1 - E)e^{-\left(\left(x/L_x\right)^2 + \left(y/L_y\right)^2\right)}, \quad (3)$$

en donde E es el porcentaje de varianza por el ajuste de las fluctuaciones del campo de escala grande (ver el apéndice) y $\mathbf{x} = (x, y)$.

El procedimiento anterior fue repetido para los datos de salinidad y profundidad de la superficie isopícnica 27.0 σ_θ . Se encontró que las escalas de correlación, tanto para la salinidad como para la profundidad, son prácticamente iguales a las escalas de correlación de la temperatura potencial. Para encontrar el estimador de los datos, se extrajo el plano óptimo, suponiendo una covarianza Gaussiana dada por la ecuación (3). En la Figura (2) podemos notar que los puntos contenidos en la malla se extienden más allá de los límites de la red de estaciones del programa IMECOCAL. Ya que con la técnica de análisis objetivo se tiene información del error relativo del estimador, para este trabajo sólo presentamos los resultados del estimador cuyo error relativo fue menor al 10 por ciento ($E < 0.1$).

VALIDACIÓN DEL ESTIMADOR

Ensayos Monte Carlo fueron realizados para validar el estimador. Para la preparación de los ensayos, primero, para cada estación (observaciones), se buscó la profundidad (H), la temperatura potencial (θ) y la salinidad (S) correspondientes a la superficie de 27.0 σ_θ . Enseguida, con los campos estimados por análisis objetivo de H, θ y S fue calculada la densidad potencial usando la ecuación de estado (27.0 σ_θ^i). Luego se hizo la diferencia entre 27.0 σ_θ y 27.0 σ_θ^i . La Figura 5 muestra las diferencias, las cuales resultaron menores que el 1 % de los valores de 27.0 σ_θ lo que implica que la magnitud de las diferencias es pequeña en los puntos de observación. Ya que las diferencias están distribuidas aleatoriamente, se tiene que no hay tendencias observables. En los ensayos Monte Carlo se eligió la función de distribución de las diferencias entre 27.0 σ_θ y 27.0 σ_θ^i en la forma

$$\xi(\mathbf{x}) = G \delta(\mathbf{x}) + (1 - G) e^{-\left(\left(x/L_x\right)^2 + \left(y/L_y\right)^2\right)}, \quad (4)$$

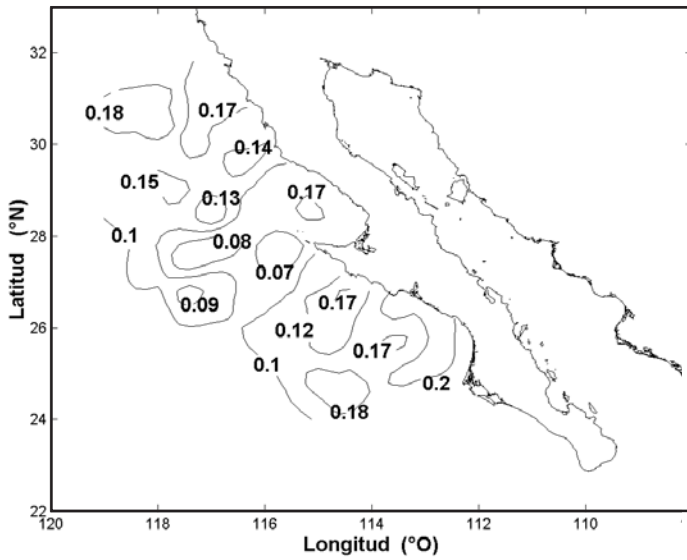


Figura 5. Valores absolutos de las diferencias entre $27.0 \sigma_\theta$ y $27.0 \sigma_\theta^i$ ($1 \times 10^{-1} \text{ kg/m}^3$).

donde $\delta(\mathbf{x})$ es la función delta de Dirac, LX y LY son las escalas de correlación ya mencionadas, $\mathbf{x} = (x, y)$ son las coordenadas de las diferencias y G es el porcentaje de varianza obtenido a partir de las diferencias (Von Storch, 1997).

Los ensayos Monte Carlo mostraron que el efecto del ruido es nulo sobre las diferencias. La media estadística de cada realización fue de 0.005 kg/m^3 con una desviación estándar de 0.002 kg/m^3 lo que implica que la varianza de la magnitud de los errores está acotada. Una vez validado el estimador, se calculó el promedio y la desviación estándar de temperatura potencial y salinidad de los 29 cruceros utilizados.

TEMPERATURA POTENCIAL Y SALINIDAD DE LA SUPERFICIE DE $27.0 \sigma_\theta$

La densidad del agua de mar depende de la temperatura, la salinidad y la presión. En esta sección se presentan los resultados de la temperatura potencial y la salinidad por ser éstas las variables fundamentales en la identificación de masas de agua y fenómenos de transporte.

En la Figura 6 (a-b) se muestra la temperatura potencial promedio de la superficie de $27.0 \sigma_\theta$ y su desviación estándar. Las bajas temperaturas ($< 6.6 \text{ }^\circ\text{C}$) se presentan al norte del paralelo 28°N , lejos de la

costa. Las altas temperaturas ($\approx 7.0 \text{ }^\circ\text{C}$) se presentan al sur del paralelo 26°N . Una lengüeta de baja temperatura se desarrolla de norte a sur lejos de la costa, mientras que la temperatura de la franja centrada en el talud continental es más alta que la temperatura de la lengüeta. La variabilidad de la

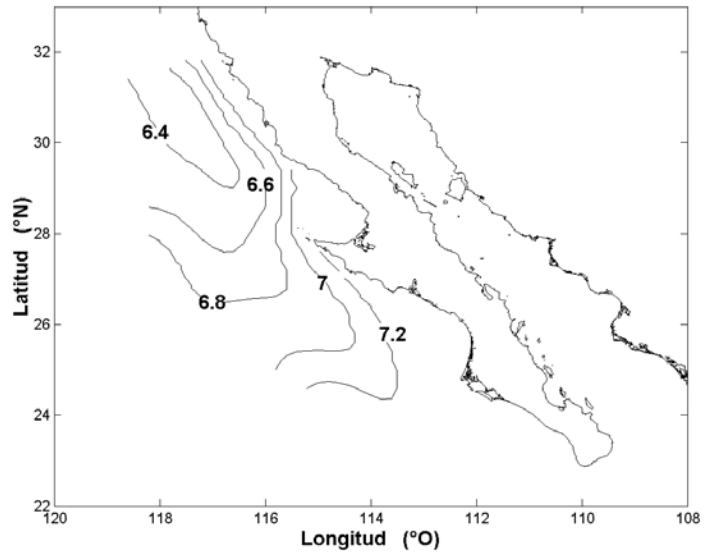


Figura 6a. Temperatura potencial de la superficie de $27.0 \sigma_\theta$: (a) promedio.

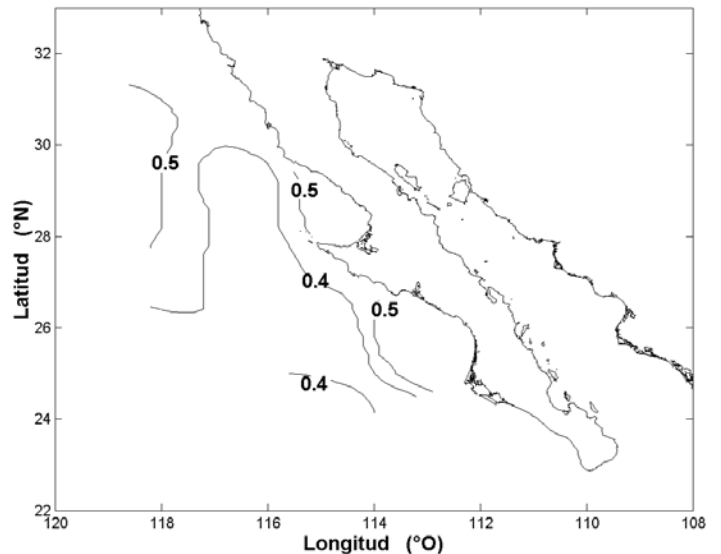


Figura 6b. Temperatura potencial de la superficie de $27.0 \sigma_\theta$: (b) desviación estándar.

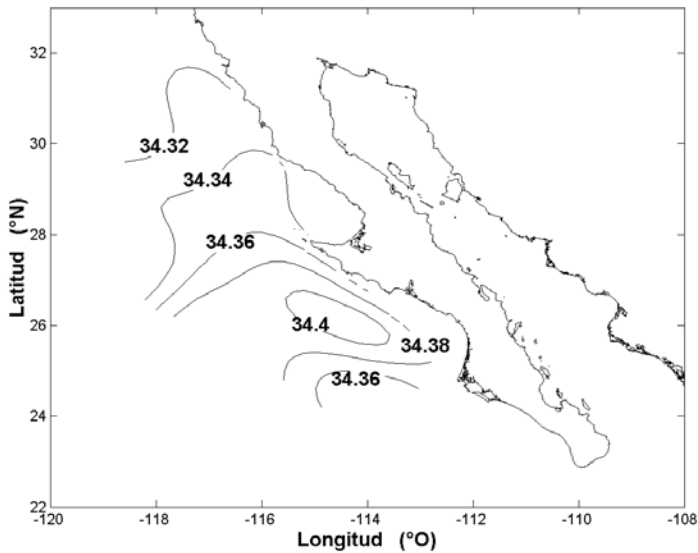


Figura 7a. Salinidad de la superficie de $27.0 \sigma_\theta$: (a) promedio.

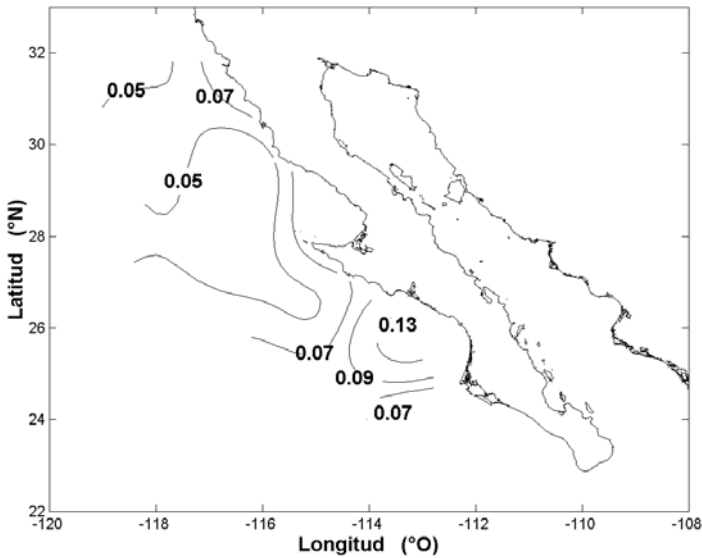


Figura 7b. Salinidad de la superficie de $27.0 \sigma_\theta$: (b) desviación estándar.

temperatura de la superficie de $27.0 \sigma_\theta$ es más alta (0.5°C) en la franja del talud y fuera de la costa en $28\text{--}31^\circ\text{N}$. Una lengüeta de relativamente baja variabilidad se presenta lejos de la costa al sur de 30°N . Nótese que el tamaño de la desviación estándar nos dice que no hay diferencias significativas entre el promedio más la desviación estándar al norte de Punta Eugenia y el promedio menos la desviación estándar al sur de esta punta, sin embargo sí indica que las tendencias son significativas, por ejemplo, si

comparamos el promedio más la desviación estándar al norte de Punta Eugenia con el promedio más la desviación estándar al sur de de esta punta, vemos que la diferencia es significativa ($> 0.5^\circ\text{C}$).

En la Figura 7 (a-b) se muestra la salinidad promedio de la superficie de $27.0 \sigma_\theta$ y su desviación estándar. En la distribución de salinidad sobresale un frente ($34.34\text{--}34.38$) entre $26\text{--}28^\circ\text{N}$. La isolínea de 34.38 , parte sur del frente, corre sobre el talud continental al sur de 26°N . Las bajas salinidades (34.32) se presentan al norte del frente, mientras que las altas salinidades (34.40) se presentan al sur del mismo. La variabilidad de la salinidad de la superficie de $27.0 \sigma_\theta$ es más alta (0.13) al sur de la región y disminuye hacia el norte, lo que indica que los cambios de la razón de aporte de sal por eventos ecuatoriales son más pronunciados en la parte sur. De esta manera, vemos que hay una tendencia a formar en promedio un frente salino en las inmediaciones de Punta Eugenia.

Los patrones de temperatura potencial y salinidad mostrados correspondieron a profundidades entre 470 y 520 m. La profundidad más baja de la superficie de $27.0 \sigma_\theta$ ocurrió cerca de la costa y la más alta se presentó lejos de la costa.

DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En un estudio sobre la variación espacial de la capa superior del océano, más precisamente en la superficie de $25.0 \sigma_\theta$, de la región IMECOCAL, Jerónimo y Gómez-Valdés (2006) introdujeron un criterio para validar el método de análisis objetivo aplicado a datos hidrográficos. Ya que se encontró que los estimadores para los campos de temperatura potencial y para la salinidad fueron eficientes, el presente estudio demuestra que dicha metodología es también válida para las propiedades termodinámicas de la superficie de $27.0 \sigma_\theta$. En general, esta metodología puede ser aplicada para campos geofísicos; en particular, para datos hidrográficos del océano es conveniente usar el campo de densidad para hacer el análisis de validación como se muestra tanto en este trabajo como en Jerónimo y Gómez-Valdés (2006). Además, el procedimiento de validación por medio del campo de densidad resultó una herramienta muy útil para evaluar la calidad de los datos hidrográficos del programa IMECOCAL.

Las distribuciones de temperatura potencial y salinidad están asociadas al patrón de corrientes, las que transportan agua de características especiales. Es bien conocido que la Corriente de California transporta agua de temperatura y salinidad relativamente bajas, de origen subártico (Sverdrup et al., 1942), y que la Contracorriente Subsuperficial transporta aguas de temperatura y salinidad relativamente altas, de origen ecuatorial (Sverdrup et al., 1942). De esta manera, la lengüeta de agua poco salada, que indica intrusión de aguas del norte, se puede asociar a la Corriente de California y la intrusión de aguas cálidas más saladas del sur sobre el talud continental se puede asociar a la Contracorriente Subsuperficial. El frente salino que se presenta en la campo medio entre 26-28 °N indica que allí es la zona de confluencia del transporte de sal asociado a las corrientes mencionadas. Si consideramos la desviación estándar como una medida de la variabilidad de los campos, los valores altos de desviación estándar de ambas variables están asociados a la variabilidad de la Contracorriente Subsuperficial cerca del talud y a la variabilidad de la zona de remolinos lejos de la costa. La ocurrencia de remolinos lejos de la costa ha sido documentada por varios investigadores (Lynn y Simpson, 1984; Soto-Mardones et al., 2004; Jerónimo y Gómez-Valdés, 2006).

En la región IMECOCAL, la superficie de $27.0\sigma_\theta$ se localiza a profundidades entre 470 y 520 m de profundidad. Generalmente se ha considerado a la profundidad de 500 m como la profundidad de movimiento nulo para calcular la parte geostrófica de la velocidad (Gómez-Valdés, 1983; Lynn y Simpson, 1987). Los resultados de este estudio sugieren que se debe de considerar la posibilidad de que la profundidad de 500 m como referencia para el método geostrófico no sea correcta.

APÉNDICE

La estimación estadística de campos escalares es una práctica universal en las ciencias geofísicas. Kriging, por ejemplo, es una rama de la teoría general de la estadística usada en las ciencias geofísicas para generar mapas de contornos. La característica más importante de Kriging es que usa información de la correlación espacial que existe entre las variables aleatorias. El método de análisis objetivo, elaborado por Gandin (1965), es una de estas técnicas, hace una

estimación óptima con base en la teoría de variables regionalizadas. Se usó primeramente para analizar campos escalares en meteorología, y después fue introducido a otras ciencias geofísicas, e.g., a oceanografía por Bretherton et al. (1976). En este método se usa el teorema de Gauss-Markov para obtener una expresión para el estimador lineal que minimiza la varianza del error cuadrático medio y es especialmente útil para campos en que las escalas de correlación sean anisotrópicas. En la construcción del estimador, se usa información estadística tanto del ruido de los campos observados como de los campos que serán estimados.

Aquí se siguen los desarrollos propuestos por Le Traon (1990) y Davis (1985) para describir el método de análisis objetivo. Supóngase que se tienen n datos de un campo escalar $z(\mathbf{x})$ obtenidos de manera simultánea y que el campo escalar lo podemos descomponer de la siguiente manera

$$z(\mathbf{x}_i) = \{z(\mathbf{x}_i)\} + \tilde{z}(\mathbf{x}_i) + d(\mathbf{x}_i), \quad (1)$$

donde $\{z(\mathbf{x}_i)\}$ representa el término de las variaciones de escala del tamaño del dominio (escala grande) en donde se realizan las observaciones, el término $\tilde{z}(\mathbf{x}_i)$ representa las variaciones de escalas menores, en $d(\mathbf{x}_i)$ están tanto los errores de los datos como los errores de las escalas no resueltas y $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i)$ son los puntos en donde hay observaciones.

Davis (1985) propone elegir una base completa arbitraria de funciones $F_j(\mathbf{x})$ de un espacio vectorial, cualquier función $f(\mathbf{x})$ en el dominio se puede escribir como combinación lineal de los elementos de la base

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{\infty} \hat{b}_j F_j(\mathbf{x}), \quad (2)$$

donde el conjunto ordenado \hat{b}_j son las coordenadas de la función $f(\mathbf{x})$ respecto a la base ordenada de funciones $F_j(\mathbf{x})$.

En particular, supóngase que podemos escribir la componente de escala grande del campo en esta base como función de sólo M elementos

$$\{z(\mathbf{x})\} = \sum_{j=1}^M b_j F_j(\mathbf{x}), \quad (3)$$

donde $b_j = b(\mathbf{x})$ son las coordenadas de las componentes de escala grande. Esto significa que la parte de escala grande está definida como una suma finita de M funciones base, es decir, pertenece al subespacio formado por las M funciones y actúa como un filtro espacial.

La estimación del campo escalar se puede escribir como una combinación lineal de las observaciones, es decir, que $z^{est}(\mathbf{x})$ pertenece al subespacio generado por las observaciones

$$z^{est}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n a(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) z(\mathbf{x}_i), \quad (4)$$

donde el conjunto ordenado $a = a(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i)$ son las coordenadas de la estimación del campo en el espacio de las observaciones.

A continuación se introducen las hipótesis fundamentales de la interpolación por mínima varianza. En este caso se requiere la condición adicional de que los coeficientes sean tales que se minimiza al error cuadrático medio r^2 entre la estimación del campo y el valor verdadero del campo expresado como

$$r^2 = \left\langle \left[\{z(\mathbf{x})\} + \tilde{z}(\mathbf{x}) - z^{est}(\mathbf{x}) \right]^2 \right\rangle. \quad (5)$$

Se requiere además que el promedio de la componente de escalas menores y el promedio del error sean nulos

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle \tilde{z}(\mathbf{x}) \rangle = 0 \\ \langle d(\mathbf{x}_i) \rangle = 0 \end{array} \right\}. \quad (6)$$

También se hace la hipótesis de que el estimador del campo sea insesgado, es decir

$$\langle z^{est}(\mathbf{x}) - z(\mathbf{x}) \rangle = 0. \quad (7)$$

Esta condición se puede escribir en la base elegida como

$$\sum_{k=1}^M \langle b_k \rangle \left[\sum_{i=1}^M a(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) F_k(\mathbf{x}_i) - F_k(\mathbf{x}) \right] = 0. \quad (8)$$

Sustituyendo (8) en (5), y usando además la condición propuesta por Davis (1985) para la ganancia unitaria en las M funciones

$$\left(\sum_{k=1}^n a(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) F_m(\mathbf{x}_k) = F_m(\mathbf{x}) \right), \text{ el}$$

error cuadrático medio queda como

$$r^2(\mathbf{x}) = C_{xx} - 2 \sum_{i=1}^n a(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) C_{xi} + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n a(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) a(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) A_{ji}, \quad (9)$$

en donde

$$C_{xx} = \langle \tilde{z}(\mathbf{x}) z(\mathbf{x}) \rangle, \quad C_{xi} = \langle \tilde{z}(\mathbf{x}) \tilde{z}(\mathbf{x}_i) \rangle, \text{ y}$$

$$A_{ij} = \langle z'(\mathbf{x}_i) z'(\mathbf{x}_j) \rangle, \text{ y } z'(\mathbf{x}_i) = z(\mathbf{x}_i) - \{z(\mathbf{x}_i)\}.$$

Una condición necesaria para la minimización de r con respecto a las coordenadas $a_k = a(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k)$ es,

$$\frac{\partial r^2}{\partial a_k} = 2 \left\{ \sum_{i=1}^n (C_{ik} + A_{ik}) a(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) - C_{kg} \right\} = 0,$$

$$k = 1, \dots, n. \quad (10)$$

De (10) se obtiene la condición,

$$\sum_{i=1}^n (C_{ik} + A_{ik}) a(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = C_{kg}, \quad k = 1, \dots, n. \quad (11)$$

Para encontrar la ecuación para las coordenadas de la estimación, multiplicamos (11) por a_{xk} y sumamos para $k = 1, \dots, n$ de donde se obtiene,

$$\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n (C_{jk} + A_{jk}) a_j a_k - \sum_{k=1}^n C_{kg} a_k = 0. \quad (12)$$

Si sustraemos (12) de (9) obtenemos una expresión para la minimización del error,

$$r^{\min} = C_{gg} - \sum_{k=1}^n C_{kg} a_k. \quad (13)$$

Minimizando (13) mediante multiplicadores de Lagrange sujeto a las restricciones (6) y (7) se obtiene la ecuación para las coordenadas de la estimación del campo en el subespacio de las observaciones

$$a(\mathbf{x}, \mathbf{x}_k) = \sum_{i=1}^M H_i(\mathbf{x}) \sum_{j=1}^M Z_{ij}^{-1} \sum_{l=1}^n A_{kl}^{-1} F_j(\mathbf{x}_l) + \sum_{p=1}^n A_{kp}^{-1} C_{xi}, \quad (14)$$

en donde $H_i(\mathbf{x}) = F_i(\mathbf{x}) - \sum_{r=1}^n F_r(\mathbf{x}_r) \sum_{s=1}^n A_{rs}^{-1} C_{xs}$,

A_{kp}^{-1} es la matriz inversa de A_{kp} y

$$Z_{ij}^{-1} = \sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^n A_{rs}^{-1} F_i(\mathbf{x}_r) F_j(\mathbf{x}_s).$$

Usando (14) y (9) se obtiene la ecuación para el estimador del campo,

$$z^{est}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^M F_i(\mathbf{x}) \sum_{j=1}^M Z_{ij}^{-1} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n A_{kl}^{-1} F_j(\mathbf{x}_k) z(\mathbf{x}_l) + \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n A_{pq}^{-1} C_{xq} \left[z(\mathbf{x}_p) - \sum_{r=1}^M F_r(\mathbf{x}_p) \sum_{j=1}^M Z_{rj}^{-1} \sum_{s=1}^n \sum_{t=1}^n A_{ts}^{-1} F_j(\mathbf{x}_s) z(\mathbf{x}_t) \right] \quad (15)$$

Notemos que en la ecuación (15), el campo medio de escala grande es extraído de cada una de las observaciones y es agregado después de haber realizado la estimación, este campo medio no necesariamente es estacionario (en sentido estocástico). Si en la ecuación (15), elegimos $M = 1$, $F_1(\mathbf{x}) = 1$ se obtiene el estimador para un campo medio constante, propuesto entre otros por Bretherton y Mc Williams (1980),

$$z^{est}(\mathbf{x}) = \{z(\mathbf{x})\} + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M A_{ij}^{-1} C_{xj} [z(\mathbf{x}_i) - \langle z(\mathbf{x}_i) \rangle]. \quad (16)$$

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue financiado por el proyecto CONACYT # SEP-2003-CO2-42569 y por el CICESE. Joaquín García-Córdova hizo el procesamiento preliminar de los datos de CTD. Gilberto Jerónimo recibió una beca de postgrado del CONACYT para realizar sus estudios de doctorado en el Departamento de Oceanografía Física del CICESE. Laura Arroyo Pedraza, Gilberto Jerónimo Mateo y Yasser Jerónimo Moreno revisaron el manuscrito. Agradecemos también a los dos árbitros de este trabajo por sus atinadas observaciones y sus generosas revisiones.

REFERENCIAS

Bretherton, F. P., Davis R. E., and Fandry, C. B., 1976. A technique for objective analysis and design of oceanographic experiments applied to MODE-73. *Deep Sea Research*, 23 (7), p. 559-582.

Bretherton, F. P., and Mc Williams, J. C., 1980. Estimation from irregular arrays, *Reviews of Geophysics*, 18 (4), p. 789-812.

Cressie, A. C., 1993. *Statistics for spatial data*. Wiley & Sons., New York, 900 pp.

Davis, R. E., 1985. Objective Mapping by Least Squares Fitting. *Journal of Geophysical Research*, 90 (C3), p. 4773-4777.

Gandin, L. S., 1965. Objective analysis of meteorological fields. *Israel Program for Scientific Translation*, Jerusalem, 242 pp.

García-Córdova, J., Robles-Pacheco, J. M., y Gómez-Valdés, J., 2005. Informe de datos de CTD. Campaña IMECOCAL 0504/05. B/O Francisco de Ulloa. Abril 14 - mayo 5 de 2005. *Informe Técnico, Departamento de Oceanografía Física, CICESE*, pp. 119.

Gómez-Valdés, J., 1983. Estructura hidrográfica promedio frente a Baja California. *Ciencias Marinas*, 9 (2), p. 75-86.

Jerónimo, G. y Gómez-Valdés, J., 2006. Promedios de temperatura y salinidad sobre una superficie isopícnica en la capa superior del océano frente a Baja California. *Ciencias Marinas*, 32 (4), p. 663- 671.

Le Traon, P. Y., 1990. A Method for Optimal Analysis of Fields with spatially variable mean. *Journal of Geophysical Research*, 95 (C8), p. 13,543-13,547.

Lynn, R. J., and Simpson, J. J., 1987. The California Current system: The seasonal variability of its physical characteristics. *Journal of Geophysical Research*, 92(C12), p. 12947-12966.

Soto-Mardones, L., Pares-Sierra, A., García, J., Durazo, R., and Hormazabal, S., 2004. Analysis of the mesoscale structure in the IMECOCAL region (off Baja California) from hydrographic, ADCP and altimetry data. *Deep Sea Research*, 51(6-9), p. 785-798.

Sverdrup, H. U., Johnson, M. W., and Fleming, R. H., 1942. *The Oceans Their Physics, Chemistry, and General Biology*. Prentice-Hall, INC., Englewood Cliffs, N. J., 1059 pp.

Tinoco-Ruiz, G., 1997. *Funcionales discretos en la generación de mallas suaves y convexas sobre regiones planas irregulares*, Tesis de doctorado, Centro de Investigación en Matemáticas A.C., 136 pp.

Von Storch, H., 1997. Conditional Statistics Models: A Discourse about the Local Scale in Climate Simulations, *Proceedings of the 9th 'Aha Huliko'a Hawaiian Winter Workshop*.

Manuscrito recibido: 26 de abril de 2006

Recepción del manuscrito corregido: 28 de agosto de 2006

Manuscrito aceptado: 11 de septiembre de 2006